Manual PR3

Investigaciones Adicionales

Co-funded by the European Union

Índice de contenidos

Este manual fue creado en inglés como un trabajo conjunto de todos los socios del proyecto.
Hay traducciones disponibles al catalán, español, alemán, francés, serbio y griego.

SMEM
Co-funded by the European Union

Introducción

Las matemáticas son fundamentales en las materias STEM y vitales para fomentar el interés científico en los jóvenes. Nuestro proyecto, SMEM (Matemáticas significativas para los primeros matemáticos), adopta un enfoque multifacético. Su objetivo es innovar los métodos de enseñanza de las matemáticas, reducir las brechas de género en los campos STEM, cultivar habilidades diversas y promover una imagen positiva de las matemáticas. Está dirigido a niños de tres a ocho años, educadores y aquellos interesados en combinar las matemáticas con el juego. Al abordar la educación de manera informal, el espíritu del proyecto se centra en "Ellos aprenden mientras nosotros los guiamos", fomentando un ciclo de aprendizaje experiencial: práctico, mental, cardíaco y hablado.

Los manuales de los productos expositivos PR1 y PR2 del proyecto SMEM ofrecen información completa para la organización tanto de módulos como de las actividades previstas que pueden hacer uso de estos materiales. Los manuales abarcan objetivos, contenidos, dinámicas, interconexiones y más; aportando una propuesta pedagógica holística fruto de nuestra experiencia y saber hacer en la creación de actividades y formatos innovadores. A lo largo del proceso, nos encontramos repetidamente con desafíos centrales dentro de la educación matemática, que van desde las complejidades del contenido y el lenguaje hasta la interacción entre la manipulación física o virtual, la elaboración de conceptos y la estimulación de habilidades. Este viaje también nos impulsó a explorar la sinergia potencial entre las actividades prácticas y virtuales.

Con este manual, Exploraciones adicionales, queremos continuar la conversación iniciada entre los socios del proyecto y los profesores que encontraron nuestra propuesta lo suficientemente interesante como para probarla con sus alumnos.

Hemos agrupado los módulos en SMEM en cinco temas clave para el desarrollo del pensamiento matemático. Cada tema se desarrolla en un capítulo aparte, y ofrece una reflexión más profunda sobre el tema, que resultará enriquecedora para el educador. También ofrecemos actividades complementarias y sugerencias que se pueden utilizar para crear mini exposiciones o talleres temáticos, centrados en el desarrollo de este aspecto específico del pensamiento matemático. Los cinco temas son:

- Equilibrio
- Espejos y simetría
- Llenar formas
- Observación y conteo
- Caminos

Además, incluimos un capítulo final:

- Ejemplos de un taller basado en materiales del proyecto SMEM

De la misma manera que nuestros módulos tienen como objetivo fomentar una experiencia de descubrimiento lúdico y estimulante para los estudiantes, estamos seguros de que las reflexiones

Co-funded by the European Union

matemáticas y pedagógicas contenidas en este **manual** ofrecerán una oportunidad similar para que nuestros colegas docentes participen en investigaciones educativas individuales.

Para mantener este paralelismo, así como pretendemos enriquecer el potencial evolutivo de las actividades propuestas a los estudiantes que no son los típicos beneficiarios de la educación matemática tradicional (a menudo percibida como exclusiva para mentes poderosas y bien estructuradas), creemos que las reflexiones de los profesores que trabajan diariamente en esta etapa educativa crucial tienen un valor extraordinario y eleva la dignidad de nuestra profesión.

SMEM
Co-funded by the European Union

Equilibrio

El equilibrio y la equiparación son aspectos fundamentales en el desarrollo de uno mismo (levantarse, coordinar el propio cuerpo) y también en la evolución de una intuición del mundo físico, no solo como formas geométricas, sino también en cómo estas formas reaccionan en el mundo físico, en particular con la gravedad.
Un desafío importante para los niños radica en conectar conceptos matemáticos abstractos, como formas geométricas y promedios numéricos, con sucesos tangibles, como lograr el equilibrio perfecto en los objetos. En un nivel más profundo, reside la idea fundamental de que las matemáticas pueden usarse para explicar el mundo físico y servir como lenguaje para todas las ciencias. Este pensamiento no se puede enseñar explícitamente a las edades tempranas a las que nos dirigimos aquí (los niños necesitarán alcanzar una cierta madurez en las ciencias antes de comprender tales consideraciones filosóficas), pero el equilibrio y la equiparación son un tema excelente para comenzar a inducir esta idea en los niños.
La noción fundamental relacionada con el equilibrio es la de baricentro. Nuestros módulos ofrecen múltiples experimentos diseñados para revelar la correlación entre el promedio matemático y la física del equilibrio. Los maestros pueden utilizar estos experimentos, adaptando la orientación según la edad y la familiaridad de los niños. Los niños mayores pueden proponer sus hipótesis, lo que permite a los profesores orientar y perfeccionar su comprensión.

Bases

El baricentro, también llamado centro de masa o de gravedad, representa un punto geométrico asociado a formas bidimensionales, extendiéndose a sólidos tridimensionales. Se puede definir puramente en términos geométricos, pero también posee una interpretación física que podemos utilizar para ganar intuición.
Geométricamente, el baricentro denota la posición promedio de todos los puntos dentro de la figura, considerando simplemente su forma.
Físicamente, el baricentro es la posición donde obtendríamos una masa puntual concentrada equivalente a la masa de la figura que consideramos. Para ser más precisos, si aplicamos una fuerza en este punto, el cuerpo sufre una aceleración lineal sin fuerza de rotación. Esta definición utiliza el concepto físico de masa e indirectamente hace referencia a fuerzas como la gravedad.
Esta es la definición física con la que probablemente estamos más familiarizados. Se relaciona con la idea de equilibrar. Supongamos que una figura plana tiene una forma física (como un perfil cortado en una lámina de madera). Luego, podemos intentar equilibrar el objeto sobre un dedo. Existe un punto singular, el baricentro, donde se puede lograr el equilibrio. Por definición, la gravedad actúa sobre la figura como si se aplicara al baricentro (por supuesto, en realidad, la gravedad se aplica a todos los átomos que forman la forma). Si la fuerza de apoyo de nuestro dedo está en el mismo punto, entonces ambas fuerzas anulan y mantienen el equilibrio de la forma.
Otro método consiste en sostener el objeto verticalmente por su borde y trazar una línea hacia abajo desde el punto de equilibrio, marcando el baricentro en esta línea. Repetir este proceso con otros puntos crea líneas que se cruzan que señalan el baricentro, ya que la gravedad lo empuja hacia abajo para colocarlo lo más bajo posible.

SMEM
Co-funded by the European Union

Las figuras matemáticas como triángulos, rectángulos o cuboides tienen puntos de equilibrio geométricamente construibles. Por ejemplo, en un triángulo, el baricentro está en la intersección de las medianas (veremos por qué). Esta construcción, sin embargo, se basa en la definición geométrica.
Con dos definiciones distintas del baricentro (geométrico y físico), buscamos establecer su equivalencia a través de un argumento o prueba convincente.
Con la definición del baricentro como la posición promedio de todos los puntos de la forma, sostenemos que colocar una forma encima de su baricentro garantiza el equilibrio horizontal.
Para ilustrar, imagine cada punto de la forma como una pequeña partícula con peso, similar a bolitas diminutas. En promedio, por cada partícula detrás del punto de equilibrio, hay una delante, equilibrando los pares de derecha a izquierda. Estos pares colectivamente compensan y establecen el equilibrio global.
El concepto central gira en torno a la noción de promedio. La intuición subyacente es que un promedio sirve como valor representativo de un conjunto de valores. Esto se aplica no sólo a datos numéricos, como alturas, pesos o moneda, sino que también se extiende a valores posicionales, que en un contexto plano requieren dos coordenadas.
Podemos comenzar explorando el promedio de números, comúnmente conocido como media aritmética. Para dos números, indicados como a y b, el promedio, representado como L, se calcula como la suma de a y b dividida por dos, expresada como

$$L = \frac{a+b}{2}$$

Este número L posee propiedades específicas: es equidistante tanto de a como de b. Más intrigantemente, la distancia (con signo) de *L* a *a* y *b* suma 0. De manera demostrativa,

$$(L-a) + (L-b) = (a+b)/2 -a + (a+b)/2 -b = 0$$

Imagine una barra infinita sin masa colocada a lo largo de la línea de números reales, con masas unitarias fijadas en las posiciones *a* y *b*. Para lograr un equilibrio, necesitamos colocar el punto de apoyo precisamente en el punto promedio L. Curiosamente, el equilibrio de la varilla permanecería sin cambios ya sea que lleve dos unidades de masa en las posiciones *a* y *b* o una sola masa de dos unidades ubicadas únicamente en el punto L.

El mismo principio se aplica a tres números. La media, denotada como $L=(a+b+c)/3$, mantiene que la suma de sus distancias (con signo) a estos tres números es igual a cero. Considere el ejemplo con 2, 5 y 11, donde el promedio es L=(2+5+11)/3=6, y las distancias se suman a (6-2)+(6-5)+(6- 11)=0.

Imagine una varilla graduada sin masa y con masas unitarias colocadas en las marcas 2, 5 y 11. Para lograr el equilibrio, el punto de apoyo se alinearía con la marca en 6. Curiosamente, el punto de apoyo experimentaría la misma fuerza de estas tres masas que lo haría a partir de una sola masa de tres unidades ubicadas en la marca 6. Este principio es válido para cualquier cantidad de números reales.

En el escenario de puntos en el plano, el concepto sigue siendo similar; Trabajamos con dos coordenadas para cada punto. Para un conjunto de puntos en el plano, digamos $A=(x_A,y_A)$, $B=(x_B,y_B)$, $C=(x_C,y_C)$, la posición promedio de estos tres puntos es un punto con coordenadas que son los promedios numéricos de sus respectivos componentes:

$$L=((x_A+x_B+x_C)/3 ,(y_A+y_B+y_C)/3)$$

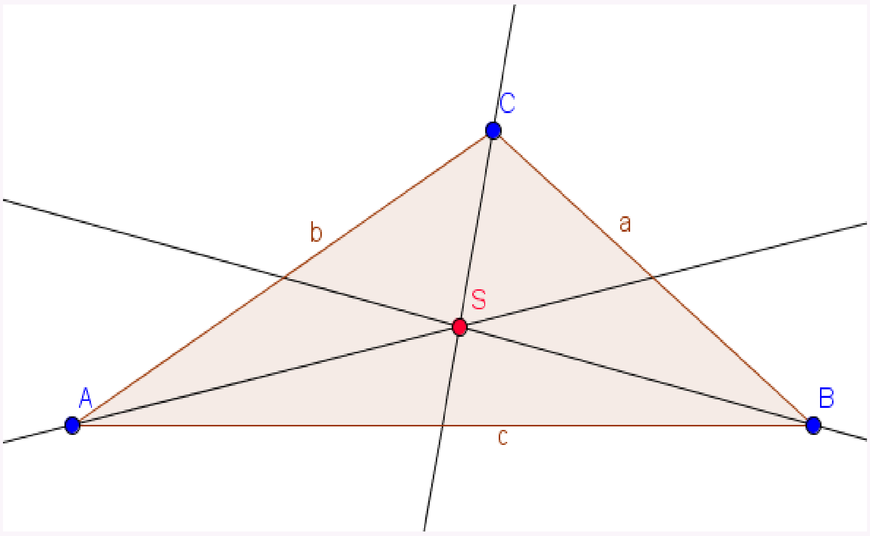
Podemos calcular el promedio de posiciones para cualquier número finito de puntos en el plano. En realidad, el módulo virtual *Barycenter* hace exactamente eso para encontrar el punto de equilibrio de una figura dibujada: compila una lista de píxeles que constituyen la forma y calcula el promedio de sus coordenadas *x* e *y*. Sin embargo, matemáticamente, esto sigue siendo una aproximación, ya que las formas se componen de puntos, no de píxeles, que son infinitamente pequeños. El cálculo ofrece la interpretación infinitesimal de este proceso de promediado, involucrando una integral como límite de esa suma.

Observamos que varios conjuntos de números pueden producir promedios idénticos. Específicamente, calcular promedios parciales permite reducir nuestra lista de números. Por ejemplo, el promedio de 2, 5 y 11 es igual al promedio de 2, 8 y 8, que también es igual al promedio ponderado de 2 y 8 con pesos ⅓ y ⅔. A saber,

$$(2+5+11)/3=(2+8+8)/3=2 \cdot \tfrac{1}{3}+8 \cdot \tfrac{2}{3}=6$$

Lo mismo se aplica a los puntos en el plano, en cuanto a coordenadas. Podemos sustituir dos puntos por uno solo en su baricentro (punto medio), siempre que este punto posea la masa combinada de los iniciales. A esto lo llamaremos principio de sustitución: Podemos sustituir secciones de una figura por su baricentro, asignando a ese punto un peso correspondiente a su área proporcional. Más adelante se presentará una ilustración.

Una observación interesante surge al considerar tres puntos en el plano: el baricentro de tres masas puntuales idénticas ubicadas en las posiciones *A, B y C* coincide con el baricentro del triángulo (completo) formado por estos vértices. Tenga en cuenta que este último implica un número infinito de puntos, mientras que el primero implica sólo tres. Además, este baricentro se encuentra en la intersección de las tres medianas del triángulo, los segmentos que unen un vértice con el punto medio del lado opuesto.



Demostremos esto usando el principio de sustitución. Considerando los vértices *B* y *C*, podemos reemplazar ambas masas con una sola masa de dos unidades ubicadas en el punto medio de *B* y *C*. Esto da como resultado un sistema compuesto por una masa unitaria en A y una masa de dos unidades en *(B+C) /2*. La combinación de estas masas produce una sola masa que pesa tres unidades y está ubicada en el promedio ponderado de las dos ubicaciones, es decir, *1/3 · A + 2/3 · (B+C) /2 = (A+B+C) / 3*. También demuestra que el baricentro se encuentra a 2/3 de la longitud de la mediana. Por simetría, las tres medianas tienen la misma propiedad y, por tanto, las tres deben cruzarse en el baricentro.
Aplicando el mismo principio de sustitución al triángulo sólido, descomponemos la superficie del triángulo *ABC* en segmentos paralelos al lado *BC*, cada uno de los cuales se asemeja a una varilla con densidad lineal uniforme. Al sustituir cada varilla por una masa situada en su punto medio (ya

que el baricentro de un segmento coincide con su punto medio) se condensan todos los segmentos en puntos alineados a lo largo de la mediana que pasa por *A*. En consecuencia, el baricentro global combina todos estos puntos alineados a lo largo de la mediana, confirmando la presencia en algún lugar a lo largo de esa mediana. Por simetría, también reside a lo largo de las otras dos medianas, coincidiendo así con el punto de intersección de las tres medianas, lo que confirma que es el mismo punto que identificamos anteriormente.
Podemos utilizar esta propiedad de los triángulos para determinar métodos para calcular el baricentro. Considere una forma poligonal: una figura delimitada por segmentos rectos. Es posible descomponer este polígono en triángulos, proceso conocido como triangulación. Haz una triangulación y calcula el baricentro y el área de cada triángulo. Luego podemos calcular el baricentro de la forma poligonal mediante sustitución. Reemplace cada triángulo con su baricentro, asignando pesos en función de sus respectivas áreas. Finalmente, haz el promedio ponderado (¡finito!) de las posiciones de los baricentros del triángulo, considerando sus áreas como los pesos.

Módulos relacionados con el baricentro

Dentro del proyecto SMEM, cuatro módulos exploran el concepto de baricentro. Puede combinarlos para crear una sesión temática sobre el tema, con la flexibilidad de utilizarlos de forma simultánea o secuencial, lo que permite a los niños explorar y comprender las relaciones entre cada exhibición.

Balancín

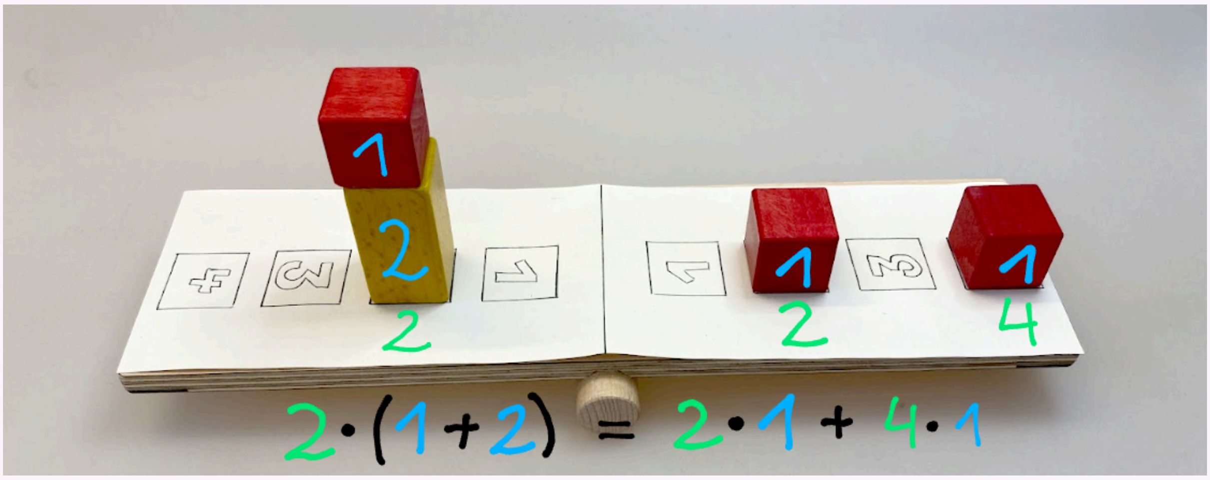
El balancín demuestra una relación clara entre sus dos brazos: uno se eleva y el otro cae.
Inicialmente vacío, el centro de gravedad se encuentra sobre la barra de madera. Al cargar, el centro de gravedad se desplaza hacia el lado cargado, provocando un desequilibrio e inclinación.
Generalmente, la primera suposición será que el equilibrio se alcanza con el mismo peso en ambos lados.
Se insta a los niños a equilibrar el balancín, iniciando discusiones sobre el concepto de equilibrio, el delicado momento en el que ambos brazos no están completamente levantados ni bajados, sino colocados en la mitad del camino. Este equilibrio inestable impulsa al educador a guiar al niño en la exploración de lo que hace que esta configuración sea única.
Inicialmente, el niño puede suponer que el equilibrio se logra cuando hay pesos iguales en ambos lados. A través de la experimentación, descubren la importancia de la distancia del peso desde el punto de apoyo. Se hace evidente que para equilibrar; el peso más pesado debe estar más cerca del medio mientras que el peso más ligero debe permanecer más lejos. Los niños pequeños pueden descubrir principios simples, como "colocar un peso al doble de la distancia para compensar la mitad de la masa". Los niños mayores pueden incluso descubrir la ley de la palanca.
Introducir más de dos pesos en el balancín puede mejorar aún más la comprensión. La incorporación de marcas en el balancín, que indican valores negativos y positivos junto con cero en el punto de apoyo, ayuda a descubrir que el equilibrio se produce cuando la suma de las distancias ponderadas (es decir, la suma de los productos de los pesos por la distancia con signo) es igual a cero: una realización alcanzable con un poco de reflexión y tiempo.

Actividades de seguimiento

La primera actividad surge de forma natural cuando los niños rápidamente colocan bloques en el brazo de la palanca en busca del equilibrio. Sugerir el uso de un número limitado de bloques (por ejemplo, tres o cuatro) fomenta una comprensión intuitiva de los principios subyacentes.

Co-funded by the European Union

Para la segunda actividad, se colocan bloques de diversos colores en lados opuestos del balancín para lograr el equilibrio. Es de crucial importancia colocar diferentes bloques en marcas numéricas idénticas (por ejemplo, ambos lados en la marca 2). Este experimento permite a los niños darse cuenta de que los bloques de mayor tamaño son más pesados que los más pequeños.
Un tercer desafío consiste en colocar cuboides en varias marcas numéricas a lo largo de los brazos de la palanca para establecer el equilibrio. Al asignar al bloque más pequeño un valor de una unidad y a los bloques más grandes valores de dos y cuatro unidades respectivamente, podríamos lograr el equilibrio siguiendo esta regla: El producto del número de unidades y el número sobre el que se colocan los ladrillos debe ser igual a ambos lados del brazo de palanca. Por ejemplo, colocar el ladrillo de cuatro unidades en el número 1 y el ladrillo de dos unidades en el número 2 logra el equilibrio.



Buscando un equilibrio

En este módulo, los niños tienen la tarea de equilibrar formas sobre el borde superior de una pared. Después de un poco de experimentación, podrían alcanzar el equilibrio sin esfuerzo. Algunas formas exhiben simetría central: cada punto de la forma se alinea diametralmente con otro alrededor de un centro fijo, equivalente a una rotación de 180 grados. En tal caso, el baricentro se alinea con el centro de simetría y, si se coloca sobre la pared, divide la forma en dos mitades iguales (misma área, misma forma, girada 180 grados), equilibrando la figura. Sin embargo, esta no es una situación general y se debe animar a los niños a jugar con formas no simétricas.
Luego, los educadores pueden generar debates sobre qué hace que esta posición sea única y si de alguna manera es especial. Inicialmente, los niños podrían suponer que para lograr el equilibrio se necesita un área igual en ambos lados de la pared, lo cual es incorrecto. En el módulo del balancín, cabe destacar que ambos brazos no requerían el mismo peso; en cambio, los ajustes en la distancia al punto de apoyo fueron influyentes. Alcanzamos el equilibrio cuando ambos brazos poseen un apalancamiento idéntico, determinado por el producto del peso y la distancia al punto de apoyo. Aquí, la configuración se asemeja a una palanca, con una parte de la forma a cada lado de la pared (punto de apoyo). El peso en cada región corresponde a su área, pero ¿cuáles son las longitudes de los brazos? La distancia entre el baricentro de la región (que se encuentra usando herramientas como Creación de paraguas o la aplicación Baricentro) y el segmento de contacto determina la longitud del brazo. Podemos lograr el equilibrio cuando ambas regiones tienen el mismo apalancamiento (área multiplicada por la longitud del brazo), precisamente cuando el baricentro global descansa sobre el segmento de contacto encima de la pared.

SMEM
Co-funded by the European Union

En resumen, la forma alcanza el equilibrio si y sólo si el segmento que toca la pared contiene el baricentro de la forma. Un experimento puede ilustrar esto: colocando la forma en equilibrio en la pared, introduce una pequeña moneda entre la forma y la pared en un punto final del segmento de contacto. La forma mantiene el equilibrio, descansando ahora sobre dos puntos: la moneda y el extremo opuesto del segmento. Al mover la moneda gradualmente (con la ayuda de una regla u otra herramienta plana) hacia el extremo opuesto, la forma se equilibra precisamente encima de la moneda cuando alcanza el baricentro de la forma. Puede probar esta propiedad utilizando una forma transparente de la exposición Creación de paraguas con un baricentro marcado previamente identificado por la aplicación.

Actividades de seguimiento

Como continuación del módulo, se ofrecen varias actividades atractivas para el aula. Los niños pueden buscar en el aula objetos que puedan equilibrar o hacer una búsqueda de objetos con formas similares en su entorno. Otro reto consiste en reproducir estos objetos en papel, recortar las formas y colocarlas sobre figuras de plástico, lo que provoca una búsqueda para restablecer el equilibrio. Dibujar una línea en el papel donde el objeto se equilibra ayuda a comprender el punto de equilibrio. Para profundizar en el tema, se pueden examinar las figuras en busca de simetría. Un último ejercicio consiste en equilibrar una varilla (por ejemplo, una escoba) con las dos manos. Se puede encontrar fácilmente el centro de gravedad si se coloca una varilla sobre dos dedos, uno de cada mano, y se juntan gradualmente ambas manos. Sorprendentemente, la varilla se mantiene en equilibrio. Juntando los dedos, localizas el centro de gravedad de la varilla.

Creación de paraguas & Baricentro

Las aplicaciones *Creación de paraguas* y *Baricentro* están estrechamente relacionadas. La primera está diseñada para su uso independiente en una exposición, y presenta una interfaz más sencilla adaptada a los niños más pequeños. Por el contrario, Baricentro amplía la funcionalidad de la primera, ofreciendo las mismas funciones y opciones más complejas. Esta versión avanzada es más adecuada para niños mayores y un uso guiado con un educador.

Creación de Paraguas pide equilibrar una hoja horizontalmente encima de un palo, formando un paraguas. A través de la aplicación en una tableta, los niños pueden dibujar fácilmente figuras sencillas, en particular hojas, y visualizar su centro de gravedad al instante. Colocar la hoja con este punto encima del palo garantiza el equilibrio. Las hojas transparentes pueden ayudar a dibujar, y un método empírico -equilibrar manualmente las hojas para descubrir el baricentro- puede compararse con el baricentro calculado con la aplicación.

La aplicación *Baricentro* permite a los usuarios dibujar diversas formas en una tableta, explorando el baricentro compartido de múltiples formas junto a baricentros individuales. Los niños pueden elegir formas pre-configuradas o dar rienda suelta a su creatividad dibujando sus propias formas.

Actividades de seguimiento

Los niños pueden participar en una actividad práctica dibujando una forma pequeña en la tableta y reproduciendo tanto la forma como su baricentro en un trozo de papel. Una vez dibujada, la forma queda bloqueada en la tableta, de modo que al tocar la pantalla no se borra la forma hasta que se pulsa el botón del lápiz. Al ajustar la tableta al brillo máximo, es posible trazar el perfil en un trozo de papel colocado encima de la tableta.

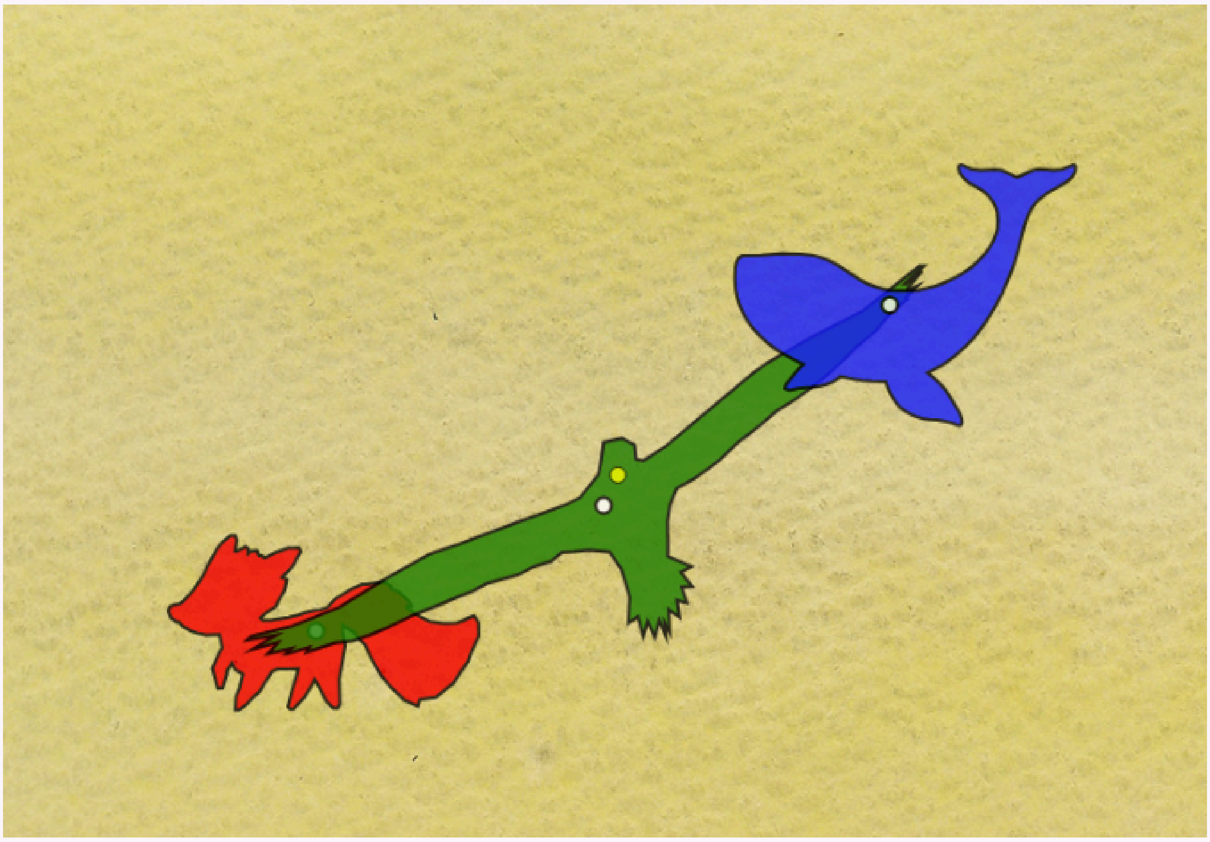
SMEM
Co-funded by the European Union

Anima a los niños a volver a dibujar la misma forma ligeramente más grande, manteniendo una distancia constante entre el dedo/estilo y los bordes de la forma. Si se comparan los baricentros de las dos formas, se verá que son idénticos.

Para explorar más a fondo, se pueden suspender varios objetos en un palo o en un dedo. Por ejemplo, equilibrar un plato en un palo de madera, que recuerda a los trucos de circo, o hacer girar una pelota de baloncesto en un dedo. En los primeros intentos, se puede utilizar una varilla más gruesa para mejorar el equilibrio y, a medida que los niños adquieran experiencia, ir utilizando varillas más finas.

Con la aplicación *Baricentro*, los niños pueden construir un móvil de cuna físico, compuesto por tres formas planas equilibradas horizontalmente. Los profesores pueden preparar plantillas para recortar y los niños pueden montar el móvil con pegamento y cuerda. También pueden diseñar sus formas y guardarlas en un archivo PDF que el profesor imprime para que los niños construyan su propio móvil de cuna.

Sugerimos utilizar la siguiente estructura: Una forma alargada, como un pájaro con las alas extendidas. Otras dos formas pueden ser cualquier cosa (por ejemplo, animales diferentes). La forma alargada se cuelga del techo mediante una cuerda. Las otras dos formas cuelgan de la forma alargada mediante cuerdas, separadas por una distancia (por ejemplo, en las puntas de las alas). Las tres formas mantienen el equilibrio horizontal. Utiliza la aplicación para diseñar las formas y los baricentros marcados para encontrar los lugares adecuados para fijar las cuerdas.



Vínculo con el Currículum

El tratamiento de las oportunidades de aprendizaje sobre el equilibrio y el tema del baricentro favorece la capacidad de estimar mejor cantidades, áreas y distancias y de clasificarlas en sistemas.

Co-funded by the European Union

Aquí se fomentan competencias matemáticas relacionadas con los procesos, como la comunicación, la representación, la resolución de problemas, la argumentación, pero también la modelización.

Competencias como la comparación correcta de áreas, figuras y pesos, la formulación y comprobación de suposiciones y el desarrollo de un buen dominio de las cantidades se encuentran en el examen de las áreas de equilibrio y centro de gravedad.

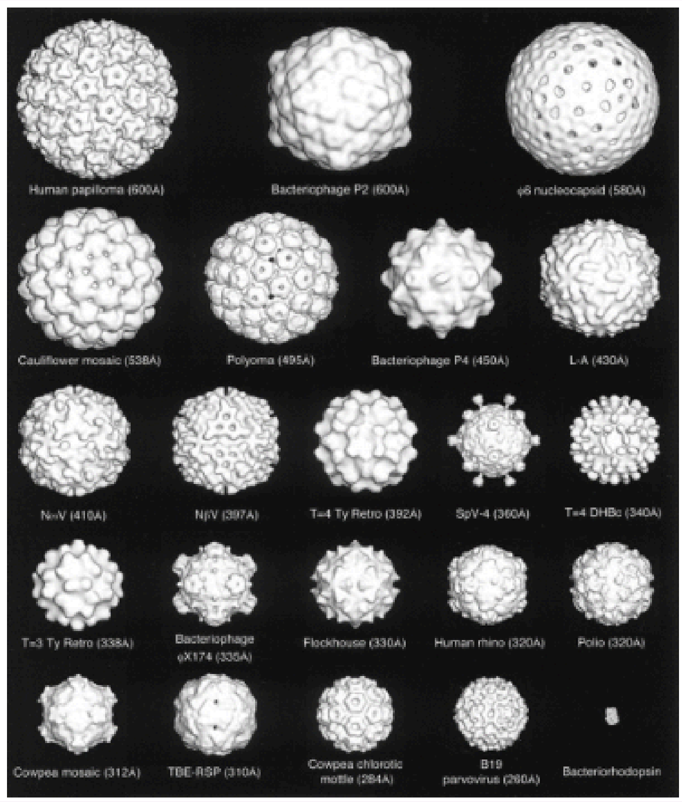
El trasfondo teórico expuesto al principio de esta sección excede los requisitos de contenido de los planes de estudios habituales de geometría y matemáticas en el marco de edad al que van dirigidos (3-8 años) y, por lo general, no se contempla en la formación de los profesores de jardín de infancia -o de primaria-, al menos no en Alemania. No obstante, proporcionará un conocimiento más amplio muy valioso para el educador, que podrá decidir cómo exponer a los niños a estos conceptos. Esta exposición temprana y velada a conceptos abstractos ocultos tras juegos y actividades fomentaría el desarrollo del pensamiento matemático en los niños. El contenido también puede utilizarse en niveles superiores, como la enseñanza secundaria, introduciendo, por ejemplo, el cálculo básico, los límites, el cálculo vectorial (por ejemplo, el teorema de Green para calcular el baricentro), y más allá.

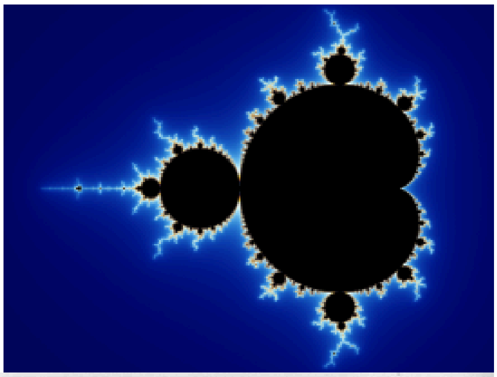
SMEM
Co-funded by the European Union

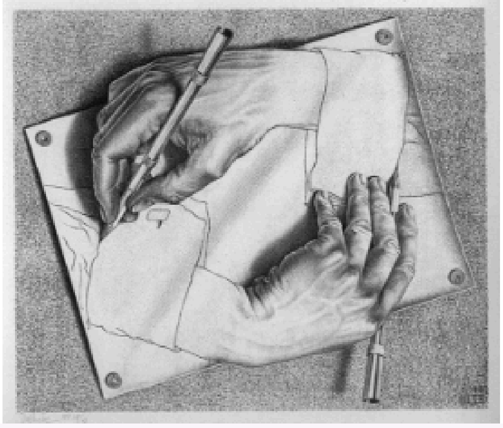
Espejos y Simetría

Conceptos relativos a la simetría

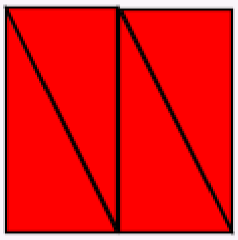
Pocos conceptos están vinculados a la experiencia humana como la simetría. Desde los más naturales y espontáneos descubrimientos de un niño pequeño (su cuerpo, manos ---espejo) a las varias formas de arte: escultura, música, arquitectura, pintura, y las ciencias: química, física, biología y, obviamente, las matemáticas.[1]

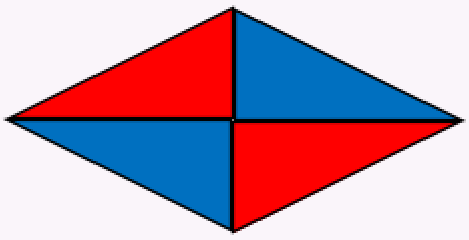






Aquí las elaboraciones más complejas valen tanto como el descubrimiento que puede hacer una niña de once años cuando descubre que no puede transformar un polígono en otro sólo con una traslación o una rotación, sino que debe salir del plano para realizarlo. ¡Una simetría!





[1] En 2019, en colaboración con la Fundación EduCaixa, el MMACA organizó un ciclo de conferencias donde desarrollamos el concepto de simetría a través de la música, las artes plásticas, el cine, la literatura y el lenguaje museográfico. https://cosmocaixa.org/es/p/espejos-y-simetrias_c379563

SMEM
Co-funded by the European Union

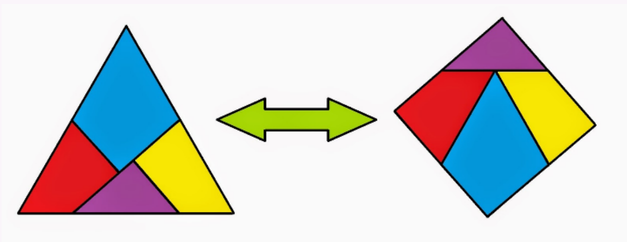
Una vez descubierta, la simetría pasa a formar parte de nuestra visión matemática, pero todos hemos sido testigos de la dificultad que presenta para los más pequeños dar este pequeño gran paso y romper la unión de la sábana o el tablero y realizar un maravilloso salto mortal en el espacio.

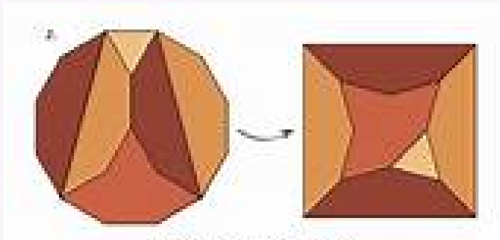
La simetría es tan inherente al pensamiento humano que a menudo representa el enfoque principal para resolver un problema.

Un buen ejemplo es el de la equivalencia de polígonos mediante la descomposición y recomposición de sus componentes.

Ejemplo

Si desde una visión ingenua, a priori, puede parecer más fácil transformar un triángulo que un dodecágono en un cuadrado (y viceversa), en realidad ocurre todo lo contrario. Es porque la simetría guía la transformación del dodecágono:

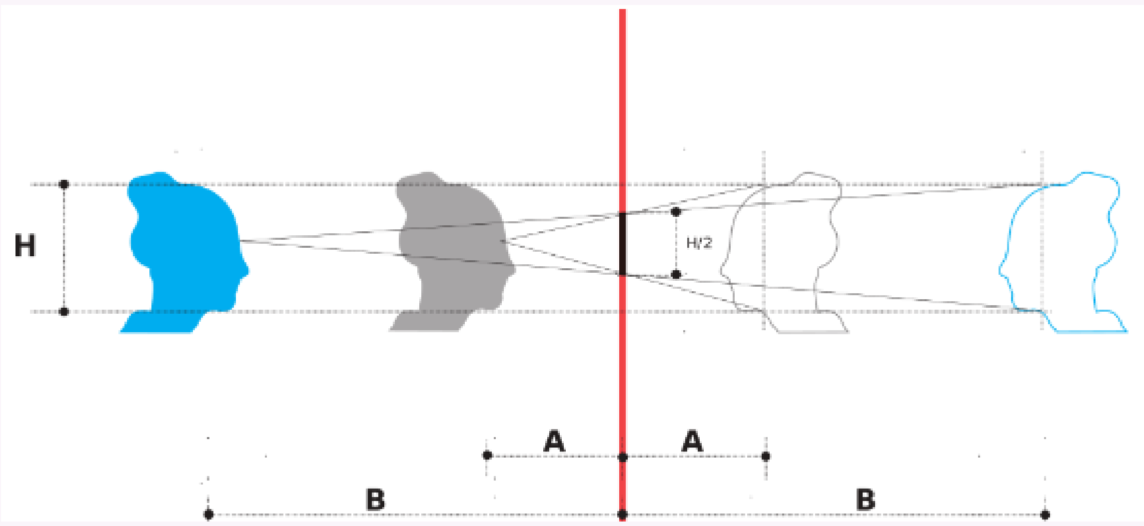




Cuando las matemáticas decidieron romper con su papel de disciplina árida y abstracta y mostrar su aspecto más lúdico, más cercano a las experiencias cotidianas, la simetría, con y sin espejos, obtuvo un espacio relevante en el contexto de los museos.

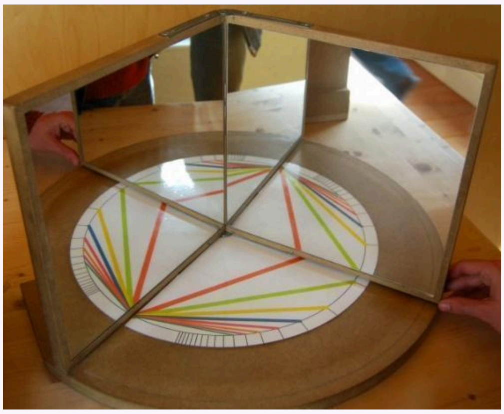
Buena parte de la exposición MateMilano y toda la exposición MMACA de Castelldefels estuvieron dedicadas a la simetría. Pero las exhibiciones de simetría, espejos y caleidoscopios son parte de todas las exhibiciones científicas y tecnológicas en los mejores museos.

La oferta puede variar desde la inquietante experiencia del Laberinto de Espejos del Tibidabo hasta hacer reflexionar al usuario sobre una experiencia que parece destrozar lo que creemos asumido. Hay un módulo que invita a los visitantes a medir las dimensiones de su rostro reflejado en un espejo común y corriente; luego descubren que la imagen es la mitad del objeto (su rostro) y que su silueta no cambia cuando la persona se acerca o se aleja del espejo. . ¿Qué sucede?



La física explica el fenómeno, pero para aceptarlo realmente es necesario reflexionar (juego de palabras) y pasar un poco de tiempo manchando el espejo de casa con el borde de una pastilla de jabón o un rotulador de pizarra.

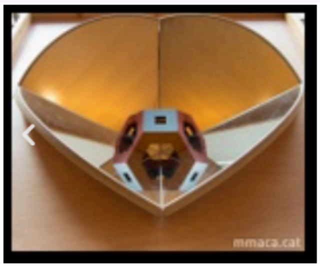
La siguiente revelación vendrá a través de un par de espejos conectados a lo largo de uno de los lados en forma de libro que multiplicará una moneda o el número de lados de un polígono a medida que varía el ángulo entre los espejos.



El Libro de los Espejos con un ángulo interior de 90° distingue entre la derecha y la izquierda: colóquese exactamente en el centro entre los espejos y tóquense la oreja con la mano derecha. ¿Qué mano usó tu imagen? Ahora, gira el libro mientras todavía eres visible en él. ¿Por qué tu imagen está al revés? ¿Y cuántos grados giraste en el Libro de los Espejos? ¿90º o 180°?

¿Entendemos que un espejo se multiplica por dos, dos espejos por cuatro y se colocan tres espejos para formar la arista interna de un cubo? Aprendamos a seguir con nuestros dedos un camino reflejado en un espejo. ¿Hacia adelante o hacia atrás? ¿Cómo mover el dedo si la curva del camino se inclina hacia la izquierda?

Aprendamos a dibujar mosaicos infinitos dentro de unos espejos paralelos e intentamos que no nos engañen las falsas proporciones de la habitación de Ames.



Finalmente, nos rendimos ante los caleidoscopios, donde un segmento genera los 20 triángulos de un icosaedro o, si se mueve perpendicularmente, los 12 pentágonos de un dodecaedro. Es una sublimación adecuada de un juguete, al igual que fue el telescopio de Galileo.

Co-funded by the European Union

Enlace al plan de estudios

Antes de comenzar a explorar actividades relacionadas con la simetría, debemos establecer el concepto de composición y comparación de formas, que juega un papel fundamental en el plan de estudios del primer ciclo de matemáticas. Este ciclo, que involucra a niños de 3 a 6 años, es un período crucial de desarrollo cognitivo y preparación para un aprendizaje matemático más formal. Explorar y manipular formas geométricas en los primeros años del jardín de infantes es esencial para sentar las bases de la comprensión matemática.

En primer lugar, se anima a estos alumnos a manipular y explorar varias formas geométricas (*Pattern Blocks*) de una manera concreta. Aprenden a identificar estas formas en su entorno cotidiano, ya sea a través de juguetes, objetos o incluso elementos arquitectónicos. Este paso inicial familiariza a los jóvenes alumnos con formas básicas como círculos, cuadrados, triángulos y rectángulos, pero también a componer algunas de ellas para dibujar otra forma: desde un triángulo regular hasta un rombo, un trapecio y un hexágono.

A continuación, se les enseña a nombrar estas formas, lo que no sólo refuerza su vocabulario, sino que sobre todo muestra la utilidad de definir y fijar las características de un objeto, condensarlas en un nombre.

También aprenden a diferenciar las propiedades de las formas, como reconocer regularidades y patrones, y comparar dimensiones: lados y superficies. Este es un paso crucial en el desarrollo de su capacidad para comunicarse y describir formas con precisión.

La composición de formas geométricas es una actividad pedagógica clave. Los alumnos comienzan a crear composiciones utilizando estas formas básicas, lo que desarrolla su pensamiento espacial y su creatividad, estimulados aún más por la duplicación de las formas en el espejo.

En la segunda fase, el espejo puede convertirse en la herramienta para dividir las formas en unidades más pequeñas que pueden reiterarse regularmente, si encontramos el eje o centro de simetría.

Representan pasos para poner en diálogo dos enfoques diferentes: el analógico, basado en la observación, y el analítico, basado en el reconocimiento de variables y el desarrollo de estrategias.

Para el inicio del siguiente ciclo (de 6 a 8 años), los alumnos continúan su aprendizaje matemático consolidando las bases sólidas adquiridas en el primer ciclo. Esta fase inicial del segundo ciclo está marcada por una exploración más profunda de las formas geométricas. Los estudiantes, ahora más familiarizados con cuadrados, rectángulos y triángulos, pueden ir más allá. Comienzan a ensamblar figuras más complejas usando estas formas básicas como piezas de un rompecabezas matemático, y la suma reemplaza al conteo.
Los alumnos continúan explorando e identificando relaciones geométricas, fortaleciendo así su comprensión de la simetría y la alineación en contextos concretos.
Finalmente, la composición de figuras geométricas se conecta naturalmente con otras habilidades matemáticas. Los estudiantes comienzan a comprender los conceptos de perímetro y área cuando trabajan con figuras planas (el concepto de baricentro es un siguiente paso adecuado, consulte el capítulo sobre Equilibrio), mejorando su comprensión general de las matemáticas y su capacidad para resolver problemas de manera integral y transformar la regularidad en fórmulas.

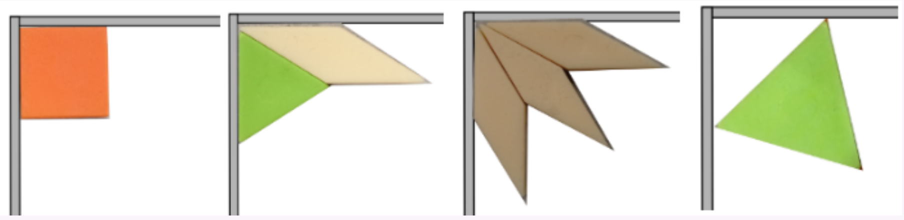
SMEM
Co-funded by the European Union

Módulos del proyecto SMEM relacionados con la Simetría

Flores de Primavera

Podrías dibujar diferentes formas colocando *Pattern Blocks* frente a un libro de espejos con un ángulo interior de 90º.

Es lógico que entre los espejos sólo quepan aquellas formas que solas o juntas formen ángulos rectos; en otros casos aparecerán zonas vacías en la estructura, que se reproducirán simétricamente.



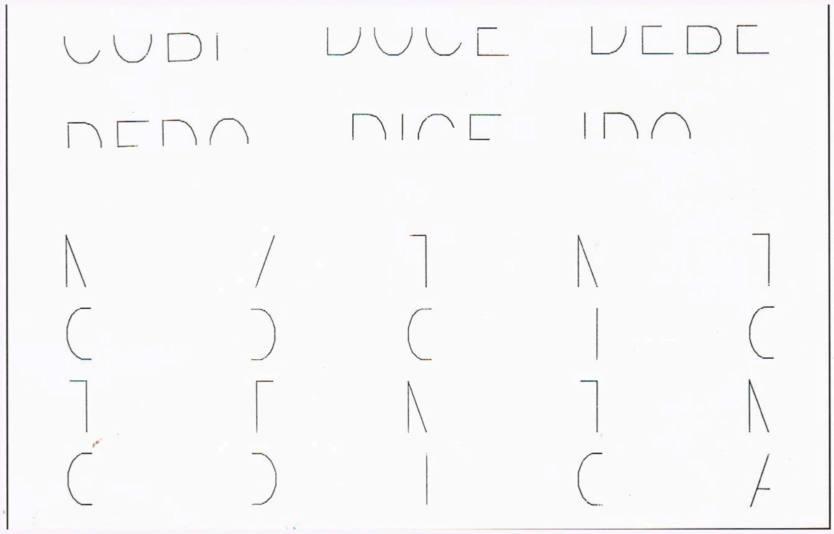
La actividad podría consistir en guiar a los alumnos para que repliquen formas progresivamente desafiantes que se muestran en el tablero o alentarlos a idear estructuras originales de su propia creación. La reflexión se vuelve imprescindible, propiciando un análisis basado en el conocimiento de los contenidos propios de cada etapa escolar, considerando los ángulos, la composición de las figuras (señalando la igualdad de sus lados), explorando la relación entre diferentes áreas, etc.

Otra habilidad avanzada es identificar la simetría en formas determinadas.

Una actividad fascinante, pero emocionalmente interesante, con un impacto tan poderoso que debes tomarte una *selfie* con la cámara alineada paralela a la cara y luego duplicar cada mitad de la cara con un espejo. Este ejercicio plantea la pregunta: ¿Es nuestro rostro realmente simétrico?

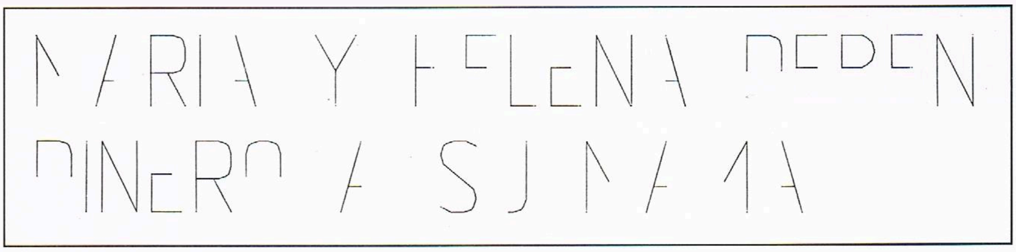
Otra investigación más podría ser estudiar la simetría de las letras mayúsculas.

Aquí hay algunos ejemplos con palabras en español en el espejo, pero una tarea fácil para sus alumnos podría ser encontrar palabras en su propio idioma que puedan leer usando un espejo.



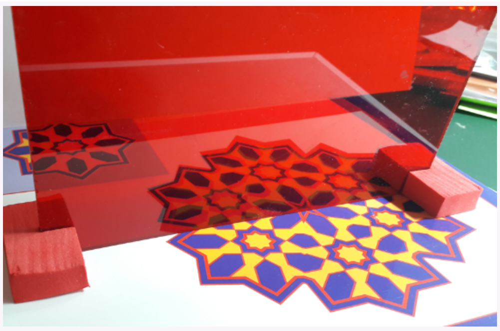
Y aquí tenéis un mensaje secreto en español.

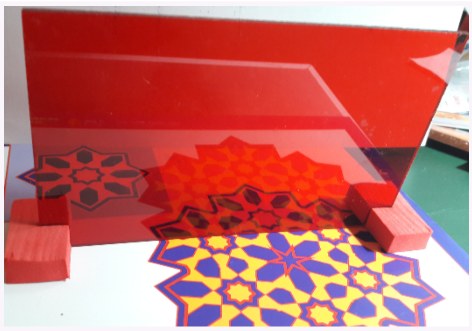
.



La simetría de los polígonos puede dar lugar a actividades apasionantes y progresivas en complejidad, como buscar la porción mínima que, con la ayuda de uno o dos espejos, permita reconstruir la figura completa.

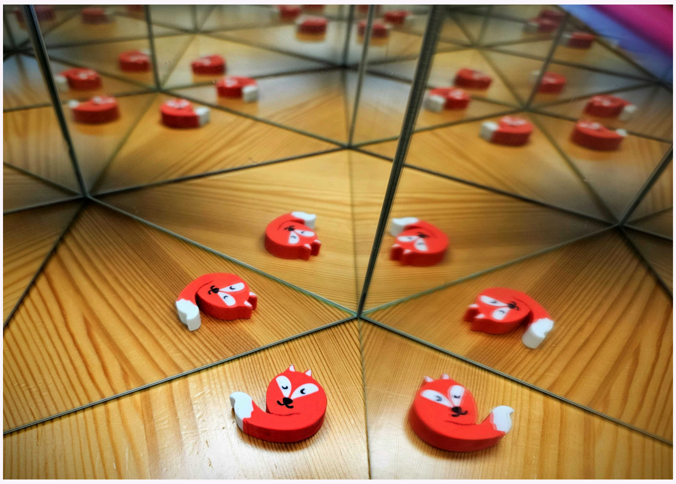
Las herramientas que ayudan en estas actividades de exploración de simetría incluyen Mira (en la foto) y *Georeflector*. Se trata de láminas de plástico semi-transparentes. Colocados sobre una figura, revelan la mitad "oculta" de forma transparente y parcialmente reflejada. El descubrimiento del eje de simetría ocurre cuando ambas mitades se alinean.



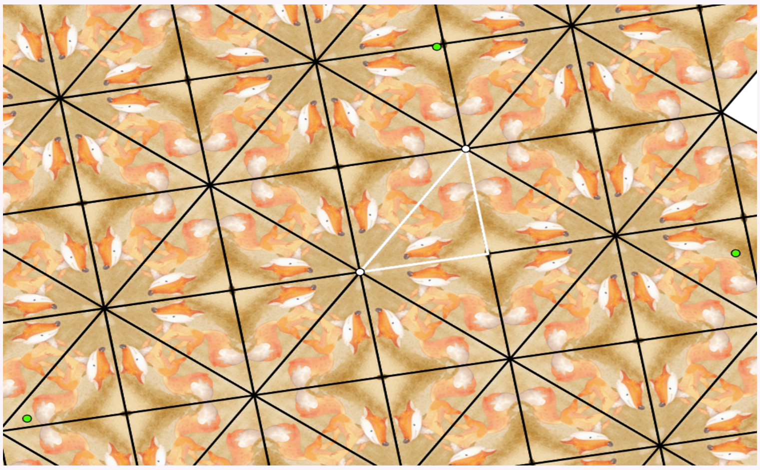


Caleidoscopios

Después de explorar el módulo Flores de primavera, el siguiente paso es avanzar de dos espejos a tres, formando un triángulo. Esta transición conduce a los módulos Caleidoscopios, tanto en su versión física como virtual. A diferencia de las rosetas ("flores") observadas externamente con dos espejos, un caleidoscopio de tres lados llena todo el plano con patrones, ofreciendo una experiencia más inmersiva, pero, al mismo tiempo, más complicada de ver desde un ángulo, por lo que brindamos una experiencia virtual alternativa a la exhibición junto a los espejos físicos.
La exhibición presenta caleidoscopios con forma de triángulos especiales con ángulos de (60°, 60°, 60°), (90°, 45°, 45°) y (90°, 60°, 30°). Cuando colocas un objeto dentro de estos caleidoscopios, sus reflejos llenan el plano como se ve a continuación:



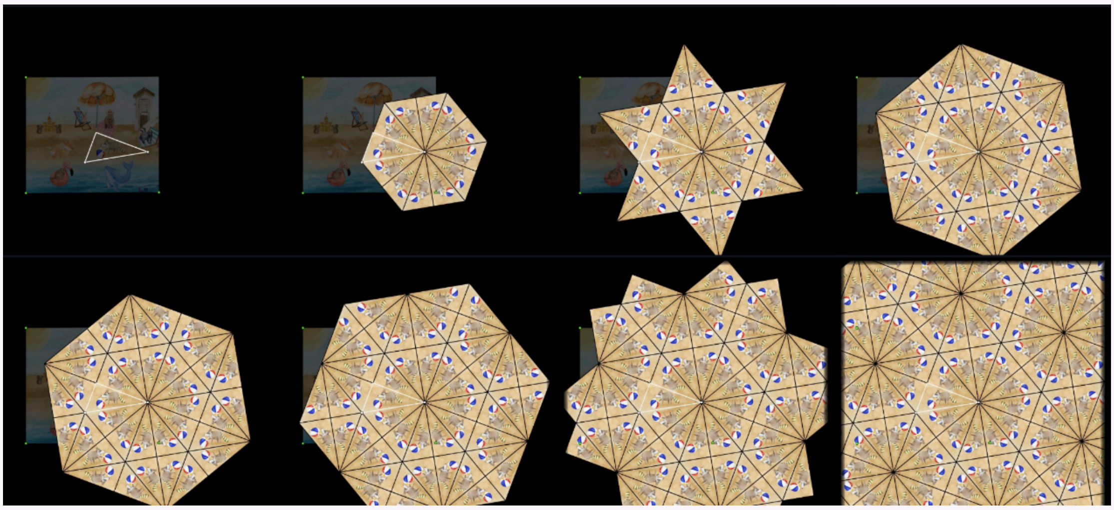
La fotografía de arriba muestra una configuración física de la disposición de los espejos (60°, 60°, 60°), un triángulo equilátero formado por los tres espejos. La captura de pantalla siguiente es la demostración virtual que representa un triángulo isósceles en ángulo recto para la disposición del caleidoscopio (90°, 45°, 45°), similar a la configuración del espejo del módulo Flores de Primavera.



SMEM
Co-funded by the European Union

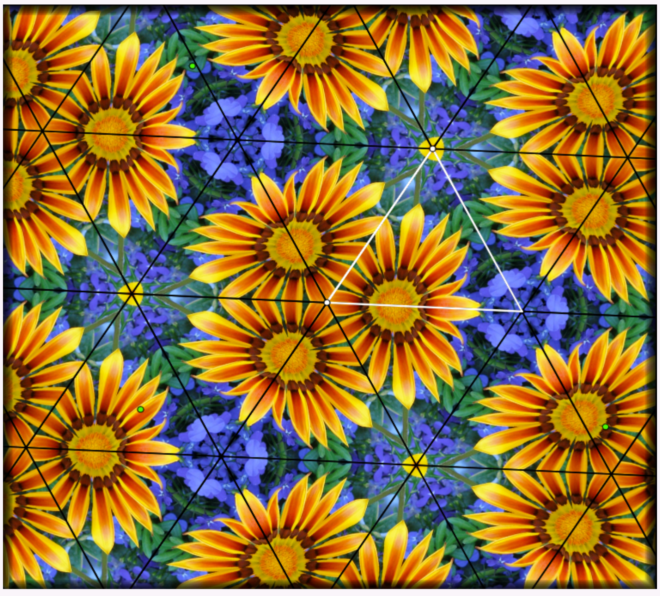
La imagen original de *Emy the Fox* está marcada dentro del triángulo delineado, mientras que todas las demás copias representan imágenes especulares del original, imágenes especulares de imágenes especulares, imágenes especulares de imágenes especulares, etc. Ya entiendes la idea.

El módulo virtual nos permite elegir el número de imágenes especulares visibles en la pantalla, hasta cierto punto, comenzando sin imágenes especulares, luego mostrando la roseta de dos espejos y agregando más y más imágenes especulares fuera de la roseta (manteniendo la simetría circular), hasta que todo el plano (visible) esté lleno de imágenes especulares.



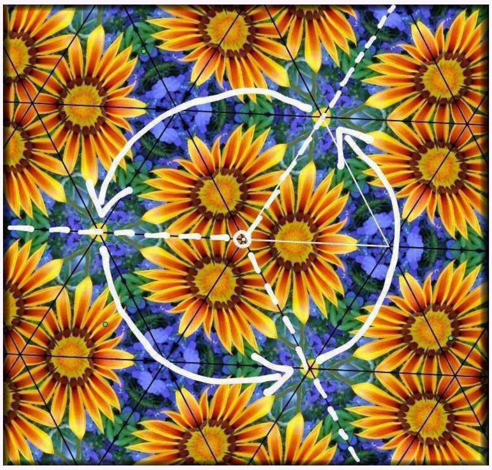
Un patrón repetitivo que cubre el plano se llama mosaico periódico o teselado. Puede constar de varias formas geométricas (llamadas mosaicos) dispuestas sin superposiciones ni espacios para cubrir el plano. En nuestro caso, utilizamos solo un tipo de mosaico: un triángulo. Elegimos los ángulos para poder crear un mosaico. Puedes explorar si hay otras fichas triangulares que permitan mosaico el avión.

Un mosaico periódico único surge cuando un solo mosaico regular se usa varias veces, extendiéndose así infinitamente a lo largo del plano. Azulejo regular significa que todos los lados tienen la misma longitud y todos los ángulos son iguales. Por ejemplo, la forma regular más simple es el triángulo equilátero, por lo que con la disposición de espejos (60, 60, 60), se crea un mosaico periódico regular que exhibe diferentes tipos de simetrías:

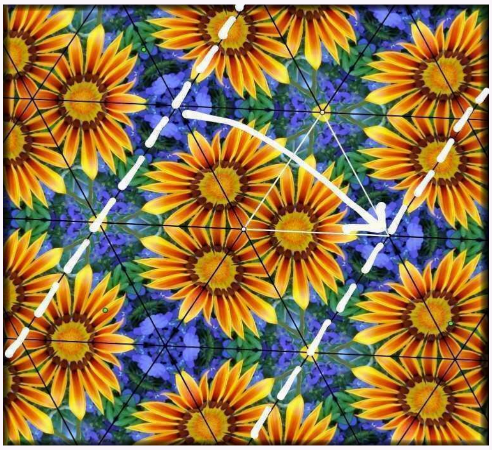


Co-funded by the European Union

Mirando la imagen se pueden notar distintos tipos de simetría:



La simetría de rotación se imagina mejor escogiendo cualquier vértice de cualquiera de los triángulos. Ahora mantenga este punto fijo y gire el patrón alrededor de ese punto. Puede hacerlo imaginándolo o girando una impresión fijada con un pasador. Si utiliza una versión física, debe imaginar que el patrón continúa para siempre, cubriendo todo el plano (no sólo el papel). Después de un giro de 60°, llegue a una versión reflejada del patrón con el que empezó. Después de otros 60°, se llega al patrón original. Este tipo de simetría se llama simetría triple (ya que durante toda una rotación de 360°, el patrón original se conseguirá tres veces).



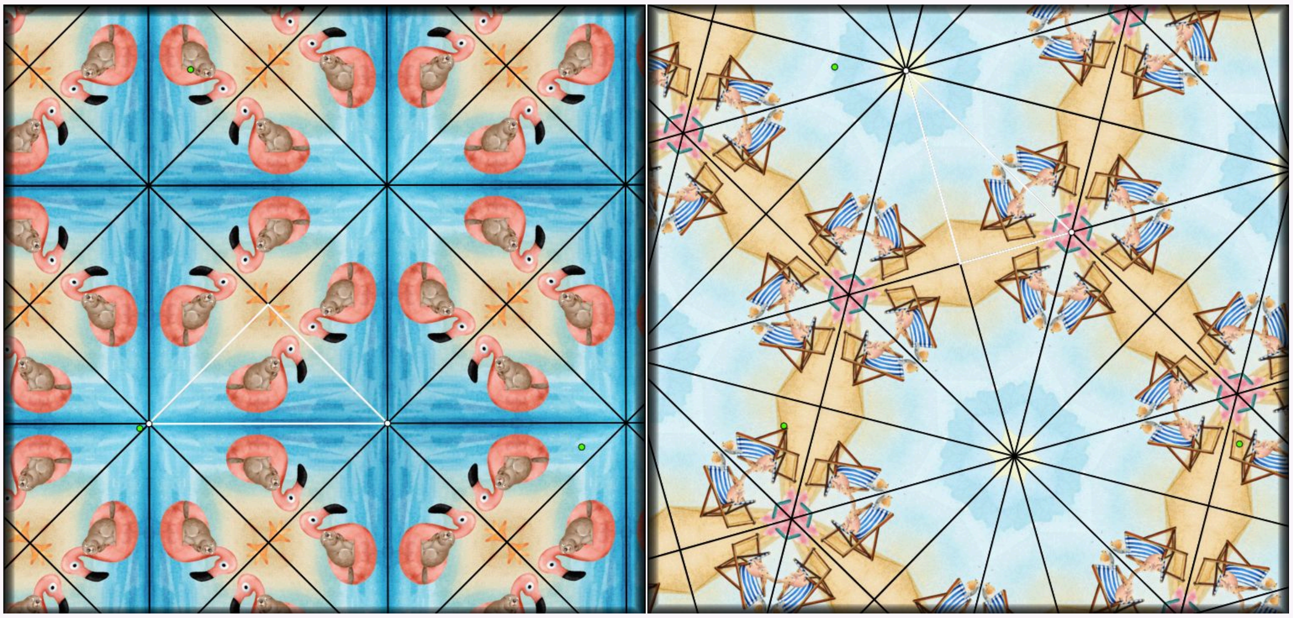
La simetría traslacional se logra desplazando el patrón completo una cierta cantidad en la misma dirección, llegando al mismo patrón con el que se comenzó. En la imagen de arriba, elige una de las líneas rectas. Puede ser una de las líneas horizontales o uno de los tipos que cruza la imagen en ángulo (de arriba a la izquierda, de abajo a la derecha, o de abajo a la izquierda a arriba derecha). No importa qué línea elijas, habrá más del mismo tipo, todas paralelas entre sí. Ahora puedes imaginar tomar la línea elegida y colocarla encima de la segunda línea paralela siguiente, llegando al mismo patrón con el que empezaste. (No funcionará si te detienes en la siguiente línea paralela, llegarás a una imagen especular del patrón original. Intenta imaginarlo).

La simetría reflexiva (o simetría especular) es la más intuitiva. Puedes imaginarte colocando un espejo en cualquiera de los tres tipos de líneas que ya identificamos para la simetría traslacional, llegando al mismo patrón.

Luego está *Glide Reflection,* que es una combinación de traslación y reflexión. Entonces, imagina mover todo el patrón y reflejarlo después (o al revés), llegando al mismo patrón nuevamente.

Como ejercicio, puedes intentar identificar las diferentes simetrías creadas por las otras dos disposiciones de espejos triangulares.

Co-funded by the European Union



Si estás enganchado a la belleza del mosaico periódico, puedes consultar la aplicación iOrnament o Morenaments, que te permite dibujar tus propios patrones en cualquiera de los 17 grupos de simetría (consulte también el concepto de grupos de simetría, que también se puede llamar grupos de fondos de pantalla. Un buen inicio es en la plataforma abierta Mathigon). Los niños desde muy pequeños podrán crear patrones geniales con Scratch.

Co-funded by the European Union

Amigos reflejados

El módulo original, que el MMACA propone para alumnos de 6 a 10 años, es en algunos aspectos más sencillos, pero requiere un mínimo de herramientas de cálculo mental y conocimientos de operaciones de suma y multiplicación (factores 2 y 3).

Consta de tres casillas marcadas con los valores 1, 2 y 3, un número variable de pelotas de goma (de 2 a 4) y 1 o 2 dados (para graduar la dificultad).

Los dados determinan el valor a componer colocando las bolas en las casillas. El valor que toma la bola colocada en la caja viene dado por el número que lleva la caja.

El primer alumno compone el valor y un segundo alumno intenta hacer lo mismo, pero cambiando la composición.

Ejemplo con 1 dado y 2 bolas. Valor de los dados: 4.

El primer jugador puede poner dos bolas en la casilla que lleva el número 2 (2x2 = 4) y el otro puede poner una bola en las casillas 1 y 3 (1+3 = 4); De esta manera cada uno suma un punto.

Podemos aumentar la posibilidad de composiciones aportando una tercera bola.

Podemos introducir reglas según las cuales la puntuación obtenida sea igual al número de bolas utilizadas.

Se pueden introducir variaciones adicionales e interesantes variando el valor de las casillas (1, 2 y 4, como aproximación al sistema binario) o introduciendo la casilla 0 (elemento neutro de la suma) y exigiendo el uso de todas las bolas.

Como se mencionó, la actividad requiere conocimientos, aunque sean básicos, de operaciones de suma y multiplicación. Cuando nos enfrentamos al problema de poder adaptarlo a un público con menos herramientas de cálculo, el uso de espejos nos permitió dar un paso atrás en habilidades y transformar la necesidad de calcular en un conteo: 1 espejo = 1 objeto + 1 imagen = multiplicar por 2; 2 espejos a 120º = 1 objeto + 2 imágenes = multiplicar por 3; 2 espejos a 90º = 1 objeto + 3 imágenes = ¡multiplica por 4!

Puede que no sea fácil para todos aceptar que la imagen es tan valiosa como el objeto. Contamos con la extraordinaria flexibilidad de la imaginación de los niños para que haya plena aceptación de las reglas.

Creemos que una versión virtual del módulo, donde todos los objetos que aparecen en pantalla, tanto los que se suministran al empezar la actividad como los que van apareciendo tienen la misma virtualidad, es aún más fácil de aceptar, y generan, al menos parcialmente, la misma competencia.

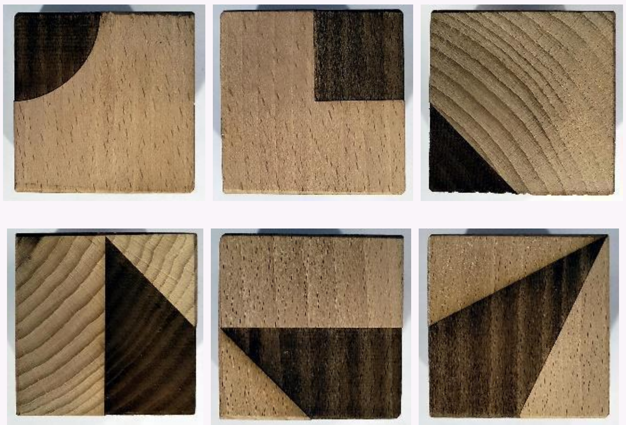
Co-funded by the European Union

Dibujar con dados

La idea original surgió de un juguete infantil, cuyo objetivo es reproducir las caras impresas en unas cartas.

A partir de ahí pensamos en hacer lo mismo pero con formas geométricas, aprovechando la simetría de las formas y los cubos. Entonces, hicimos 4 dados de madera con algunas formas marcadas en negro en cada lado. Todos los dados son del mismo tamaño y ofrecen las mismas 6 caras.

Se pueden reproducir usando origami o cartulina con pegamento para construir los dados, y luego pintar los lados. Por supuesto, se pueden dibujar otras formas en cada lado para crear nuevas figuras, pero se han seleccionado estas porque son fáciles de entender (todos ocupan una esquina) y son muy adecuados para actividades educativas.



Evidentemente, lo primero que debes hacer cuando tengas estos cubos en tus manos es explorar de forma lúdica qué formas se pueden crear con ellos: un círculo, dos triángulos diferentes, dos cuadrados diferentes, una estrella de cuatro puntas, un cucurucho de helado, etc. Los estudiantes tienen que rotar y jugar con la simetría de los cubos para poder hacer estas formas, y pronto descubrirán que solo hay dos caras que son asimétricas, lo que requiere usarlas en pares para formar una forma simétrica global. Tras esta exploración inicial, se pueden sugerir algunas actividades guiadas:

● Haz todas las formas poligonales posibles con 3 o 4 lados.

● Haz todas las formas simétricas posibles (¿hay?, ¡si incluyes las que tienen simetría rotacional!)

● Clasificar algunas de estas formas por área (¡sin calcularla!)

Una vez que hayas pasado por el primer paso de exploración y juego, podrás sugerir diferentes actividades para el aula, guiando a los estudiantes con preguntas adecuadas para que puedan desarrollar las respuestas:

- ¿Cuál es el área de la figura formada? ¿Cómo lo calculas?

- ¿Cuál es el perímetro de la figura y cómo se calcula?

- Comparar el perímetro y el área de los cuadrados proporcionales que puedes formar.

- Crea nuevas formas y calcula el área y el perímetro.

Co-funded by the European Union

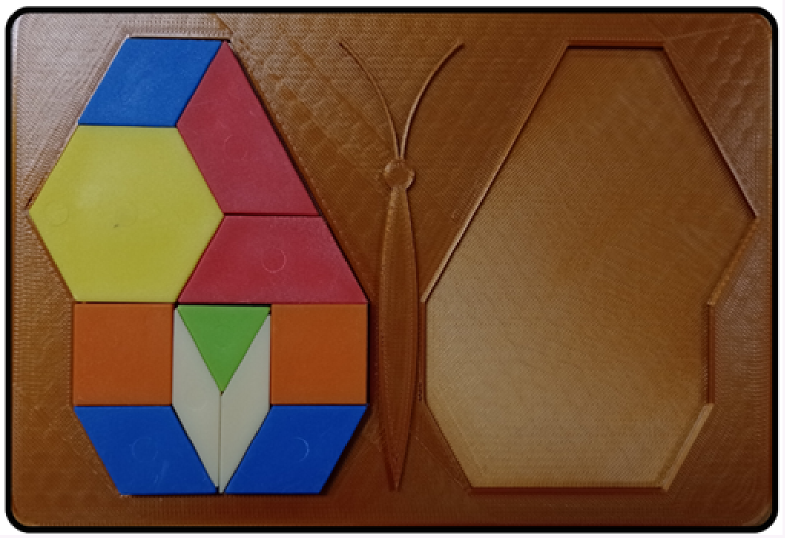
Evidentemente, es muy importante estudiar las propiedades intrínsecas de las figuras y utilizar la simetría para calcular áreas y perímetros (sin necesidad de utilizar fórmulas).

Esto desarrolla las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes.

Como actividad extra, se puede pedir a los alumnos que inventen sus propios dados, dibujen las formas de cada cara y diseñen su propio juego de dados, utilizando origami o impresión 3D.

¡Hazme volar!

Como otros módulos, en este también se combinan creatividad y resolución de problemas.



El primer paso es reproducir en la silueta del ala de una mariposa la composición de formas elementales (*Pattern Blocks*) dibujadas en la otra ala.

Se trata de reconocer las piezas (triángulos, cuadrados, rombos, trapecios y hexágonos) y disponerlas simétricamente en la forma vacía.

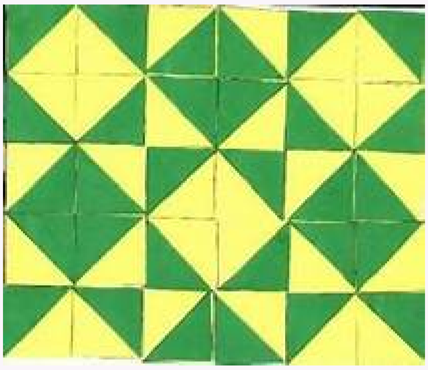
El desafío no es tan obvio, especialmente para los niños pequeños.

La segunda parte de la actividad consiste en componer ambas alas, escogiendo qué formas usar.

Se pueden suministrar las piezas estrictamente necesarias, orientando -aunque sin obligar- la construcción de alas simétricas.

En cambio, puedes proporcionar más piezas y dejar un mayor grado de libertad a la hora de diseñar las alas.

El interés de la actividad es que se puede adaptar fácilmente y además orientar para que cada alumno dibuje las alas de su mariposa.



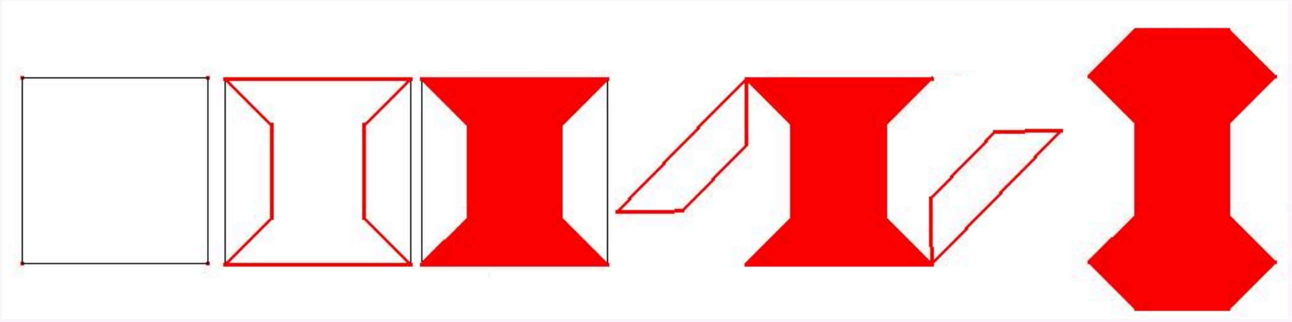
Ejemplos de actividades con el mismo material

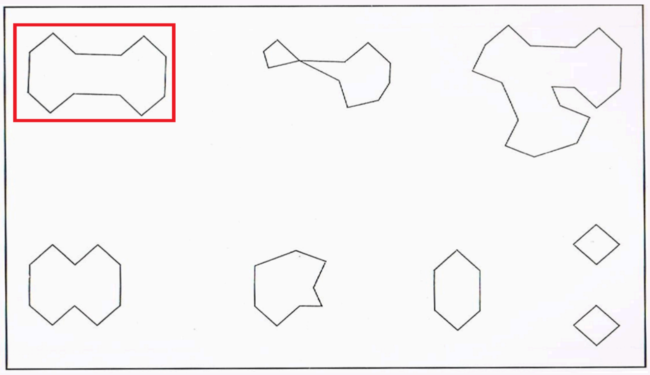
En este capítulo, exploramos varios ejemplos de actividades adicionales que se pueden realizar utilizando el mismo material educativo.

Algunos mosaicos son fáciles de realizar, por ejemplo, el clásico mosaico bicolor, cuyas diferentes combinaciones pueden dar resultados interesantes con el uso de un espejo, o muy estéticos, si se colocan entre dos espejos paralelos.

El tangram chino también permite exploraciones en el campo de la simetría.

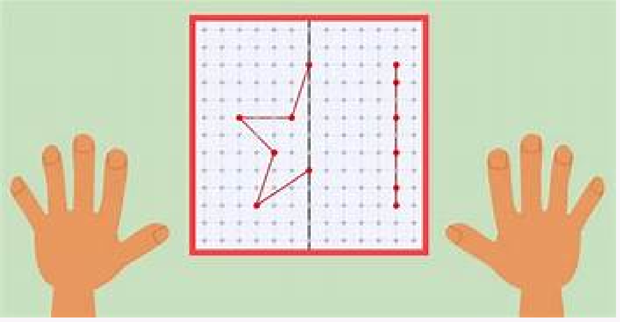
Es interesante la construcción del Hueso Nazarí, premisa para otras variaciones del tema, a partir de figuras regulares o semirregulares que teselan el plano.





Partiendo del Hueso Nazarí y utilizando un espejo, se puede ofrecer esta sencilla pero interesante actividad (de Rafael Pérez), que conecta creando y reconociendo simetrías

Usando el Geogebra se pueden realizar muchas actividades formativas relativas a la construcción de figuras geométricas.



SMEM
Co-funded by the European Union

Conclusiones

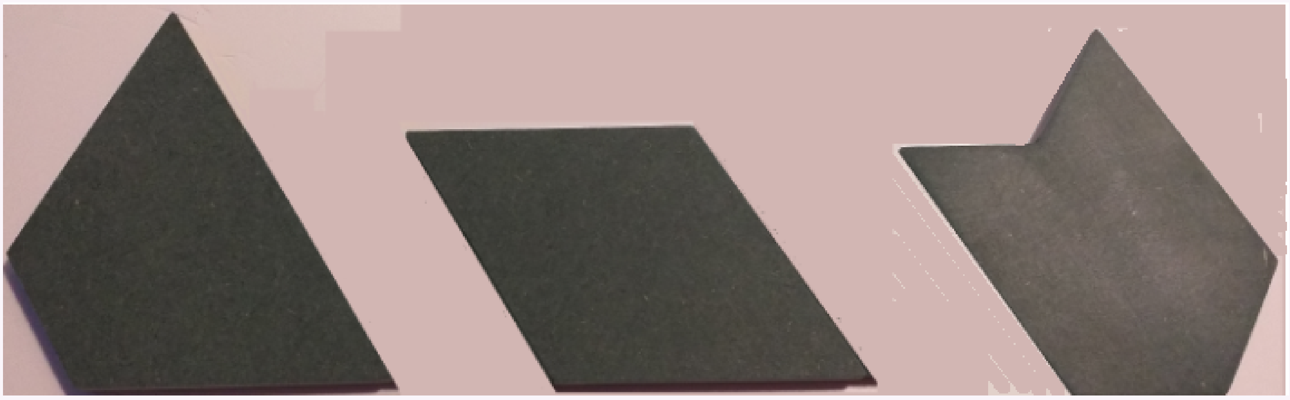
Creemos que las actividades relacionadas con la simetría representan un buen ejemplo para probar la hipótesis de que no hay matemáticas pequeñas ni matemáticos pequeños. Es decir, que las buenas actividades diseñadas para usuarios más jóvenes contienen los elementos fundamentales del pensamiento matemático y pueden enfatizarse para que sean significativas incluso para usuarios de mayor edad y habilidades.

Es una discusión que comenzó hace unos años, en una edición de la Conferencia Matrix y que involucró a muchos de los socios del proyecto SMEM, lo que nos permitió avanzar en la comparación de nuestras propuestas y experiencias. Este nuevo contexto enriquece nuestro acervo de ofertas educativas que se dirigirán en los próximos meses a los docentes del área de influencia de cada socio.

Creemos que la siguiente experiencia presenta todos estos elementos: contexto y lenguaje específicos y motivadores, enfoque analógico y analítico, diferentes grados de dificultad, uso de estrategias, estímulo a la creatividad y adquisición de diferentes habilidades.

Hay que decir que el encuentro con este material fue casual, pero pronto mostró la posibilidad de adaptarse a nuestro doble target de usuarios: niños de 3 a 8 años y sus profesores.

La propuesta original, un rompecabezas de simetría llamado Baikonur, de Alexander Magyarics, pedía unir las tres piezas para formar una única forma que tendría un eje de simetría.

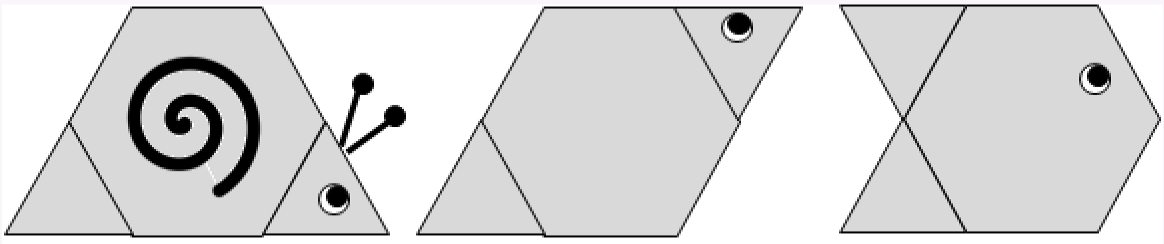


Evidentemente, el desafío es demasiado difícil para nuestros usuarios, pero los formularios son sugerentes y es posible comenzar con actividades más sencillas.

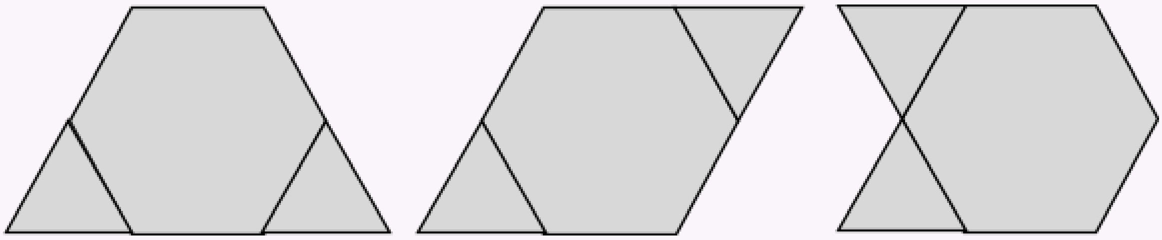
La nueva aventura simétrica de Emy (con tareas)

Emy desea visitar a su amiga Heidi la Ballena.

Sus amigos están ansiosos por ayudarla: conocen al caracol Sam, la marmota María y el pez François.



Tarea 1: Encuentra el eje de simetría en cada figura. (Un Espejo puede ayudar)



Los tres amigos forman tres parejas para trabajar juntos, en días diferentes, para encontrar la manera de hacer que Emy viaje para encontrarse con Heidi en el mar.

Sam y María diseñan un barco, pero es demasiado frágil.

Sam y François proyectan una canoa, pero es demasiado pequeña.

María y François proponen un cohete, pero hace demasiado ruido.

Tarea 2: Encuentra la simetría axial de las formas obtenidas al unir las tres piezas de dos en dos (siempre deben tener al menos un lado (o parte de él) en común).

Entonces deciden hacer las tres obras juntas.

Deciden construir un velero para poder llevar a Heidi al mar.

Pero, aunque François, el Pez, conociera los secretos del medio líquido, sus amigos no son carpinteros marinos expertos y ¡el barco tiene una vía de agua!

Aunque el agujero no esté en el fondo del casco, saben que ¡con las olas el barco se llenará de agua y se hundirá!

Reto 3.1 Combinando las tres formas, construye la silueta de un velero, simétrica y respetando las normas (un lado o parte de este en común).

Al darse cuenta de sus escasas habilidades en la construcción naval, los amigos deciden construir un barco más sencillo.

«¿Qué tal si construimos una canoa?» - sugiere Sam.

«Sí, pero más grande que el que diseñaste François y tú» - sentenció María.

SMEM
Co-funded by the European Union

Entonces lo lograron.

Reto 3.2 Combinando las tres formas, construye la silueta de una canoa, simétrica y respetando las normas (un lado o parte de él en común).

Y estaban listos para mostrárselo a Emy.

Oye, pero… ¿dónde está Emy?

Desafío 3.1 Combinando las tres formas, construye la silueta de Emi, simétrica y respetando las reglas, muy parecida al ícono del proyecto SMEM (pero solo con un triángulo vacío adentro).

Y así fue como Emy pudo viajar a través del mar para encontrar a Heidi.

Encajar formas

Definición de Encajar formas

El encaje de formas en el jardín de infancia es una actividad divertida y educativa que permite a los niños pequeños desarrollar su comprensión de las formas, la geometría básica y la capacidad de resolver problemas.
He aquí algunas ideas de actividades de montaje de formas geométricas para alumnos de guardería:

- Puzzles de formas: Proporcione rompecabezas sencillos con piezas de diferentes formas geométricas. Los niños tendrán que emparejar las piezas para formar un dibujo o una forma completa.

- Construir con bloques: Utilice bloques de construcción de diferentes formas (cuadrados, triángulos, círculos, etc.) y anime a los niños a crear estructuras utilizando estas formas.

Le Kéor - Créditos de Fermat Science

Fractionary- Créditos Fermat Science

- *Collages* de formas: Entregue a los niños trozos de papel de distintas formas (círculos, cuadrados, rectángulos, triángulos) y colores. Pueden crear imágenes o dibujos pegando estas formas en una hoja de papel.

Tangram - Créditos OpenClipart

- Juegos Tangram: Los tangrams son rompecabezas compuestos por siete formas geométricas diferentes. Los niños pueden manipularlos para formar diversas figuras y desarrollar su comprensión de las formas.

- Crear personajes: Anima a los niños a crear personajes utilizando formas geométricas para el cuerpo, los ojos, la nariz, etc. Pueden inventar historias protagonizadas por sus creaciones.

- Caza de formas: Durante un paseo al aire libre, pida a los niños que localicen objetos con formas específicas, como círculos (ruedas de coche), rectángulos (ventanas de casa), etc.

Matermaths - Créditos Fermat Science

- Formas en la naturaleza: Explora la naturaleza con los alumnos y busca ejemplos de formas geométricas en el mundo que les rodea, como hojas triangulares o rocas redondas.

Estas actividades permiten a los niños divertirse mientras desarrollan su comprensión de las formas y la geometría, lo que constituye una base para su futura educación matemática.

Conexión con el currículum

El concepto de encajar formas desempeña un papel fundamental en el plan de estudios del primer ciclo de matemáticas. Este ciclo, en el que participan niños de 3 a 6 años, es un periodo crucial de desarrollo cognitivo y preparación para un aprendizaje matemático más formal. Explorar y manipular formas geométricas en los primeros años es esencial para sentar las bases de la comprensión matemática.

En primer lugar, se anima a estos alumnos a manipular y explorar diversas formas geométricas de manera concreta. Aprenden a identificar estas formas en su entorno cotidiano, ya sea a través de juguetes, objetos o incluso elementos arquitectónicos. Este paso inicial familiariza a los jóvenes alumnos con formas básicas como círculos, cuadrados, triángulos y rectángulos.

A continuación, aprenden a nombrarlas, lo que refuerza su vocabulario matemático. También adquieren habilidades para diferenciar las propiedades de las formas, como reconocer lados iguales en un cuadrado o ángulos rectos en un rectángulo. Es un paso fundamental para desarrollar su capacidad de comunicar y describir formas con precisión.

La construcción de formas geométricas es una actividad pedagógica clave. Los alumnos empiezan a crear arreglos utilizando estas formas básicas, lo que desarrolla su pensamiento espacial y su

SMEM
Co-funded by the European Union

creatividad. También les prepara para la comprensión posterior de conceptos más avanzados, como la simetría, la alineación e incluso la introducción a los sólidos tridimensionales.

En resumen, el concepto de encajar formas en el currículo del primer ciclo de matemáticas es un paso crucial para establecer una base sólida en geometría y preparar a los alumnos para conceptos matemáticos más avanzados a medida que avanzan en su itinerario educativo. Fomenta el desarrollo del lenguaje matemático, el pensamiento espacial y la creatividad, al tiempo que proporciona a los jóvenes alumnos una experiencia inicial positiva con las matemáticas.

Al comienzo del siguiente ciclo (de 6 a 8 años), los alumnos continúan su aprendizaje matemático consolidando las sólidas bases adquiridas en el primer ciclo. Esta fase inicial del segundo ciclo está marcada por una exploración más profunda de las formas geométricas. Los alumnos, ahora más familiarizados con cuadrados, rectángulos y triángulos, son capaces de ir más allá. Empiezan a ensamblar figuras más complejas utilizando estas formas elementales como piezas de un rompecabezas matemático.

También se abre ante ellos una nueva dimensión, con la introducción de las formas tridimensionales, llamadas sólidos geométricos. Los alumnos aprenden a crear cubos, cilindros, prismas y otros sólidos para producir fascinantes estructuras tridimensionales. Esto les ayuda no sólo a comprender los sólidos en sí, sino también a desarrollar sus habilidades espaciales visualizando cómo encajan estas formas para crear objetos más complejos.

El ensamblaje de figuras geométricas va más allá de la simple manipulación de piezas. También sirve para aprender simetría y alineación, conceptos geométricos esenciales. Los alumnos siguen explorando e identificando relaciones geométricas, reforzando así su comprensión de la simetría y la alineación en contextos concretos.

Por último, el ensamblaje de figuras geométricas conecta de forma natural con otras destrezas matemáticas. Los alumnos empiezan a comprender los conceptos de perímetro y área cuando trabajan con figuras planas, lo que mejora su comprensión global de las matemáticas y su capacidad para resolver problemas de forma holística.

Módulos del Proyecto SMEM relacionados con este concepto

El uso de exposiciones de módulos matemáticas que exploran las formas de encaje es una oportunidad apasionante para despertar la curiosidad de los alumnos y sumergirlos en el fascinante mundo de las matemáticas. Estos módulos pretenden introducir a los alumnos, desde los primeros años de su itinerario educativo, en una serie de conceptos y destrezas clave relacionados con la geometría y el pensamiento espacial.

Aquí tienes una lista de los 11 módulos que puedes encontrar en el proyecto SMEM de código abierto:

Módulo 1 Puzzle del bosque
Módulo 2 Pasteles de cerezas
Módulo 3 9 zorros
Módulo 4 La presa del castor
Módulo 5 Cubing
Módulo 6 Dibujar dados
Módulo 7 Casas de animales
Módulo 8 Construir puentes
Módulo 9 Alas de colores
Módulo 10 Hazme alas
Módulo 11 buenos vecinos

Co-funded by the European Union

Algunas posibles conexiones de los módulos

Ejemplo 1: Reproducción de formas

Proponemos diseñar una interesante secuencia pedagógica centrada en el tema "Reproducción de formas" combinando algunos de estos módulos expositivos. Para ello, nos basaremos en tres módulos: "Dados para dibujar", "Hazme alas" y "Alas de colores". Estos materiales ofrecen una interesante perspectiva del proceso de reproducción de formas. Durante esta secuencia, los alumnos tendrán la oportunidad de explorar los conceptos de simetría, patrones y repetición, al tiempo que desarrollan sus capacidades de observación y creatividad. Al animarles a crear sus propias obras inspiradas en estos módulos, fomentamos la expresión individual a la vez que exploramos conceptos fundamentales relacionados con la reproducción de formas.

Ejemplo 2: Construcción/conciencia espacial

Diseñemos ahora una secuencia pedagógica centrada en el tema "Construcción/Conciencia espacial". Para ello, podemos basarnos en los siguientes módulos de exposición: "La presa del castor", "Montando cubos", "Casas de animales" y "Construir puentes". Estos módulos ofrecen un enfoque multidimensional para explorar la construcción y la conciencia espacial. Durante esta secuencia, los alumnos tendrán la oportunidad de desarrollar habilidades de resolución de problemas, habilidades geométricas, comprensión espacial y colaboración.

Ejemplo 3: Lógica matemática

Con este proyecto tenemos una gran oportunidad de diseñar una secuencia pedagógica estimulante en torno al tema de la "Lógica matemática", utilizando módulos originales como "Rompecabezas del bosque", "9 zorros" y "Buenos vecinos". Estos módulos ofrecen ricas perspectivas para explorar la lógica matemática en diversas formas. Durante esta secuencia, los alumnos tendrán la oportunidad de desarrollar su pensamiento lógico, la resolución de problemas y sus habilidades matemáticas mientras se divierten. Resolviendo rompecabezas matemáticos con "Buenos vecinos", explorando los misterios de "9 zorros" y resolviendo el "Puzzle del bosque", los alumnos podrán aplicar conceptos matemáticos complejos de forma concreta.

Ejemplo 4: Composición de números

Por último, tenemos la oportunidad de diseñar una secuencia pedagógica estimulante en torno al tema de la "composición numérica", utilizando la exposición "Pastel de cerezas". Esta exposición ofrece un enfoque visual y lúdico para explorar en profundidad la composición numérica.

Ejemplos de actividades con el mismo material

En este capítulo, exploramos varios ejemplos de actividades adicionales que pueden realizarse utilizando el mismo material didáctico, a saber, las formas geométricas. Estas actividades ofrecen diversas oportunidades para reforzar la comprensión de los conceptos matemáticos, al tiempo que estimulan el compromiso de los alumnos.

SMEM
Co-funded by the European Union

Sudoku de formas geométricas

El Sudoku de formas geométricas es una versión creativa y desafiante del Sudoku tradicional. En lugar de utilizar números, los alumnos utilizan formas geométricas para completar la cuadrícula. El objetivo es colocar cada forma en la cuadrícula de manera que ninguna se repita en la misma fila, columna o bloque. Esta actividad potencia la resolución de problemas, la lógica y la comprensión de las formas. Los niños deben analizar las relaciones espaciales entre las formas para tener éxito.

Tangram: Exploración de formas

Tangram es un conjunto de siete formas geométricas que pueden ensamblarse para crear una gran variedad de figuras. Los alumnos pueden explorar las propiedades de las piezas, compararlas y combinarlas para crear formas complejas. Esto fomenta la comprensión de las formas, las transformaciones geométricas y los conceptos de simetría. También desarrollan su pensamiento espacial visualizando cómo encajan las piezas para formar diferentes figuras.

Alicatado: Repetición de patrones

La actividad de embaldosado consiste en utilizar formas geométricas para crear patrones repetitivos sobre una superficie plana. Los alumnos pueden explorar cómo encajan las formas para cubrir una superficie sin dejar huecos ni superposiciones. Esto refuerza su comprensión de los patrones, las transformaciones y los conceptos de embaldosado. Pueden crear patrones artísticos o complejos mosaicos matemáticos.

Friso: Creación de patrones repetitivos

Un friso es una secuencia de motivos repetitivos que puede utilizarse para decorar bordes o superficies. Los alumnos pueden utilizar formas geométricas para crear frisos repitiendo un patrón o una secuencia de patrones. Esta actividad fomenta la creatividad y la comprensión de los patrones repetitivos. También pueden explorar conceptos de simetría al crear sus frisos.

Construcción libre

Permitir a los alumnos explorar la construcción libre con formas geométricas es una excelente manera de estimular su creatividad y reforzar su comprensión de los conceptos geométricos. Pueden crear patrones, esculturas, edificios y mucho más utilizando las formas como bloques de construcción. Esta actividad fomenta el pensamiento espacial, la resolución de problemas y el descubrimiento de las propiedades geométricas a través de la experiencia práctica. Los alumnos también pueden colaborar en la construcción de estructuras más grandes y complejas, reforzando sus habilidades de comunicación y trabajo en equipo.

Estos ejemplos de actividades adicionales ilustran la versatilidad del material educativo basado en las formas geométricas. Al integrar estas actividades en su enseñanza, puede ofrecer a los alumnos una serie de experiencias de aprendizaje estimulantes que refuercen su comprensión de las formas geométricas.

SMEM
Co-funded by the European Union

Conclusión

En conclusión, encajar las formas en el jardín de infancia es un enfoque educativo valioso para el desarrollo de los niños pequeños. Este tema ofrece muchas actividades atractivas que fomentan la comprensión de las formas, el pensamiento espacial, la creatividad, la resolución de problemas y la preparación para conceptos matemáticos más avanzados.

Los ejemplos de actividades presentados en este capítulo demuestran la riqueza y diversidad de experiencias de aprendizaje que pueden ofrecerse a los alumnos utilizando el mismo material didáctico, como las formas geométricas. La integración de este tema en el plan de estudios se ajusta perfectamente a los objetivos educativos de desarrollar las competencias matemáticas desde los primeros años de la educación formal.

Los módulos que ofrece el proyecto de código abierto SMEM proporcionan una base sólida para crear secuencias pedagógicas coherentes y enriquecedoras. Estos módulos promueven la exploración, el descubrimiento y la aplicación práctica de conceptos matemáticos, al tiempo que estimulan la curiosidad de los alumnos. Las posibles conexiones entre módulos abren la puerta a un enfoque interdisciplinar del aprendizaje, en el que los alumnos pueden explorar conceptos matemáticos a la vez que desarrollan habilidades en otras áreas, como la resolución de problemas, el pensamiento crítico, la comunicación y la creatividad. Otras actividades complementarias, como el Sudoku de formas geométricas, el Tangram, el embaldosado, la creación de frisos y la construcción libre, ofrecen oportunidades de aprendizaje aún más enriquecedoras.

Por último, encajar formas en el jardín de infancia no es sólo una actividad divertida. Es una base sólida para preparar a los alumnos para su viaje matemático. Fomenta la construcción del conocimiento matemático, al tiempo que enciende la pasión por las matemáticas en los jóvenes alumnos. Este tema contribuye a crear un entorno educativo estimulante y satisfactorio en el que los alumnos pueden desarrollar su comprensión del mundo que les rodea a través de la lente de las matemáticas. Al invertir en este enfoque pedagógico innovador, contribuimos a formar una nueva generación de estudiantes de matemáticas apasionados y competentes, preparados para afrontar los retos del mañana.

SMEM
Co-funded by the European Union

Observación y conteo

Conceptos matemáticos de observación y conteo para niños pequeños

El lenguaje matemático nos rodea, incluso desde las etapas más tempranas de nuestra vida. Un hecho que se opone directamente a la creencia común de que una persona nace con o sin talento matemático. Las matemáticas son una importante habilidad para la vida que puede adquirirse y mejorarse a través del aprendizaje, desmintiendo la idea de que se necesita un talento innato para destacar en este campo. Todo individuo tiene potencial para comprender conceptos matemáticos y dominarlos, independientemente de su nivel inicial. La clave está en un enfoque personalizado del aprendizaje, que adapte la enseñanza a los intereses individuales y a los niveles de conocimiento previos. Al reconocer que las matemáticas son una habilidad adquirida, empoderamos a los estudiantes para que aborden la materia con confianza, fomentando una mentalidad de crecimiento que estimula la exploración, la curiosidad y la mejora continua. Este enfoque inclusivo garantiza que las matemáticas sean una experiencia accesible y agradable para todos, promoviendo la idea de que las matemáticas no son un talento, sino una habilidad que se cultiva mediante el esfuerzo, la práctica y un apoyo educativo adecuado.

Para los niños de entre 3 y 8 años, las bases del pensamiento matemático se establecen a partir de contar y observar.

Contar proporciona un punto de entrada tangible al mundo de las matemáticas, ya que permite a los niños comprender y manipular los números. A través del contaje, los niños empiezan a reconocer patrones numéricos, desarrollan un sentido intuitivo de las cantidades y comprenden conceptos como la suma y la resta. Además, contar potencia su capacidad de observación para distinguir diferencias y semejanzas entre objetos. De este modo, el contaje los prepara para desarrollar razonamientos matemáticos más complejos en el futuro. Además, enseña a los niños los conceptos de orden y organización, dos principios matemáticos fundamentales. Contar no sólo dota a los niños de una herramienta práctica para resolver problemas cotidianos, sino que también alimenta su curiosidad matemática y su confianza, sentando las bases para una aventura de exploración y descubrimiento matemáticos que durará toda la vida.

Observar no se trata sólo de ver, sino de darse cuenta de los detalles, los patrones y las relaciones. Esta habilidad es fundamental no sólo para el pensamiento matemático, sino para el desarrollo cognitivo general de los niños, ya que cultiva su capacidad para discernir patrones, relaciones y detalles en el mundo que les rodea. Mediante una observación perspicaz, los niños aprenden a

identificar formas, tamaños, colores y configuraciones espaciales, todos ellos conceptos matemáticos fundamentales. Además, observar el mundo natural, los objetos e incluso las rutinas cotidianas les permite comprender conceptos como la simetría, la secuencialidad y la medida. Les motiva a hacerse preguntas, formular hipótesis y sacar conclusiones, un proceso parecido al método científico, en el que se basa la indagación matemática. Este proceso de observación perspicaz no sólo despierta la curiosidad matemática, sino que también fomenta el pensamiento crítico, fundamental para la resolución de problemas y el razonamiento matemático. En esencia, la observación se convierte en la lente a través de la cual los jóvenes estudiantes perciben y se relacionan con los conceptos matemáticos, sirviendo de base sobre la que construir su conocimiento matemático.

Antes de continuar, presentamos algunos ejercicios prácticos para padres y profesores para practicar la observación y el contaje.

Hacer una pulsera con cuentas de madera: Las manualidades ofrecen excelentes oportunidades para contar y reconocer patrones. Al hacer una pulsera, pídele al niño que elija cuentas de distintos colores y tamaños. Pueden contar mientras enhebran cada cuenta en el hilo y crean patrones ordenando las cuentas en una secuencia.

Búsqueda del tesoro en la naturaleza: Salga a pasear por la naturaleza en un parque o en su jardín y elabore una lista de búsqueda del tesoro con elementos para observar y contar. Por ejemplo, "Encuentra tres tipos diferentes de hojas" o "Cuenta cuántos pájaros ves". Esta actividad fomenta la capacidad de observación y la conciencia numérica.

Buscar conchas en la playa: Dé un paseo por la playa con su hijo e invítelo a contar y a observar. ¿Cuántos tipos diferentes de conchas puedes encontrar? ¿Qué patrones o formas observas? Contar estos tesoros puede convertir un paseo por la playa en una aventura matemática.

Contar las estrellas: En una noche clara, extiende una manta y contempla las estrellas con tu hijo. Cuenta las estrellas que veas y anímale a identificar las constelaciones. Esta actividad fomenta tanto la capacidad de contar como la de identificar patrones en el cielo nocturno.

Hacer la compra: Mientras hacéis la compra, pídele a tu hijo que cuente los productos que ponéis en el carrito. Por ejemplo: " Vamos a poner tres manzanas en el carro" o "Necesitamos seis huevos". Esta sencilla actividad refuerza la habilidad de contar en un contexto real.

Cocinar juntos: Cocinar ofrece varias oportunidades para contar y observar. Pídele a tu hijo que cuente el número de ingredientes necesarios para una receta, como tazas de harina o cucharaditas de azúcar. También puede observar cómo cambian los ingredientes durante el proceso de cocción.

Estos ejemplos demuestran cómo la observación y el contaje pueden integrarse perfectamente en actividades cotidianas, enriqueciendo la comprensión matemática

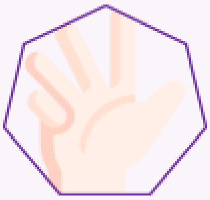
Co-funded by the European Union

de los niños y fomentando al mismo tiempo un sentido de la maravilla por el mundo que les rodea. En las siguientes secciones, exploraremos actividades y talleres específicos inspirados en el proyecto SMEM, diseñados para hacer de las matemáticas una experiencia estimulante y divertida para los más pequeños.

Incorporar conceptos matemáticos de observación y conteo a la educación infantil

Una buena educación matemática para los niños pequeños significa adaptar los métodos de enseñanza a los objetivos del currículum. El proyecto SMEM (siglas en inglés de "Matemáticas significativas para pequeños matemáticos") ofrece un marco útil para integrar los conceptos matemáticos de observación y conteo en el currículum de los niños de 3 a 8 años.

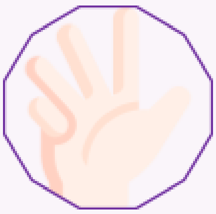
En parvulario, los niños se inician en el mundo de las matemáticas a través de actividades lúdicas y exploratorias. El contaje y la observación son fundamentales en esta etapa del aprendizaje.



El plan de estudios del parvulario suele incluir habilidades básicas de contar, con las que los niños aprenden a contar del 1 al 10 y más allá. El contaje se integra en las rutinas diarias, como contar el número de niños en la clase, contar objetos durante el recreo o contar pasos durante un paseo en la naturaleza. Estas actividades no sólo desarrollan la conciencia numérica, sino que también potencian las habilidades lingüísticas.

La observación en parvulario consiste en ayudar a los niños a fijarse en los detalles de su entorno. Incluye identificar formas en objetos cotidianos, reconocer patrones en su ropa o en el aula, u observar cómo los objetos cambian de tamaño, color o posición. Estas observaciones sientan las bases del reconocimiento de patrones y del pensamiento crítico.

A medida que los niños avanzan hasta la escuela primaria, los conceptos matemáticos se vuelven más estructurados y amplios. El contaje y la observación siguen desempeñando un papel fundamental en el plan de estudios.



En el plan de estudios de primaria, el conteo evoluciona hacia tareas más complejas, como la suma y la resta. Los alumnos no sólo cuentan objetos, sino que también aprenden a sumar y restar números dentro de rangos específicos. Contar se convierte en una herramienta para resolver problemas de la vida real, como calcular el coste total de unos artículos en una tienda o repartir objetos equitativamente entre los compañeros de clase.

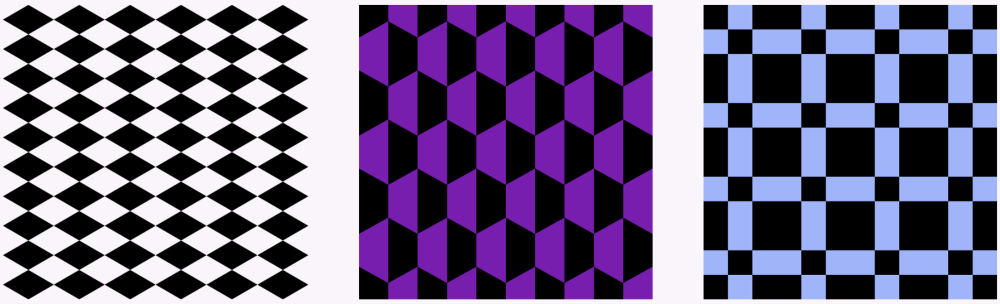
La capacidad de observación en primaria va más allá del reconocimiento de patrones en objetos. Se anima a los alumnos a observar e interpretar datos, tablas y gráficos. Aprenden a analizar la información de forma crítica, a hacer predicciones y a sacar conclusiones. Esta forma de observación es esencial para comprender conceptos como la representación de datos y la estadística.

Co-funded by the European Union

Módulos del Proyecto SMEM relacionados con el contaje y la observación

Representación de números

En la actividad de representación de números, los alumnos deben emparejar las fichas con dibujos de temática forestal con los números del 1 al 10. Una opción para ampliar esta actividad en el aula es utilizar teselaciones. Las teselaciones son patrones geométricos en 2D que encajan entre sí sin huecos ni superposiciones y que pueden repetirse en todas las direcciones indefinidamente. En las imágenes siguientes, puedes ver ejemplos de teselaciones con polígonos regulares.

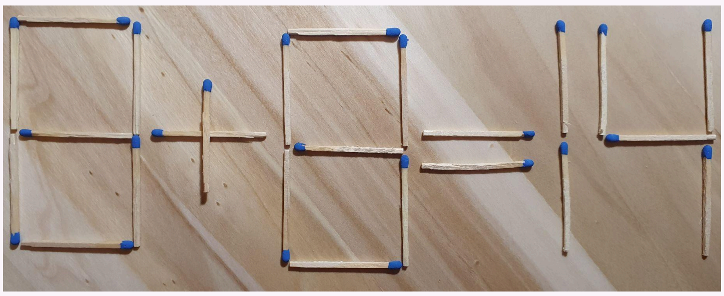


Ejemplos de teselaciones con polígonos (rombos, trapecios/ hexágonos, cuadrados)

Una actividad para utilizar las teselaciones en combinación con el contaje consiste en dejar que los alumnos seleccionen entre 1 y 4 formas que podrían utilizarse en los patrones. El profesor también puede jugar a descubrir qué formas no pertenecen al patrón.

Estas actividades pueden ampliarse durante excursiones por la naturaleza proponiendo a los niños que creen bonitos patrones a partir de elementos naturales como rocas, hojas, frutos, flores, conchas, etc.

Una actividad diferente que se puede realizar para mejorar las habilidades numéricas es resolver rompecabezas de cerillas con números con ciertas restricciones, como mover o quitar sólo 1 ó 2 cerillas para formar la ecuación o la suma. En el ejemplo siguiente, puedes añadir la restricción de que sólo puedes quitar y mover 1 cerilla para que la suma sea correcta.



Otra actividad para practicar la suma o la multiplicación podría ser jugar a encontrar las combinaciones de números que sumados dan un número. Hay dos maneras de hacerlo: o bien diciéndoles a los niños el resultado de la suma y dándoles la opción de elegir cuántos números diferentes sumados pueden formarlo, o bien dándoles características del número a partir de preguntas de sí o no.

Co-funded by the European Union

Por ejemplo:

- ¿Es el número mayor que 20?
- ¿El número es par o impar?
- ¿Se puede dividir el número por 2 o por 3? (Esta pregunta se puede utilizar con niños más mayores).

Una vez que encuentren el número, puedes retroceder y preguntar por posibles sumas de números que den este resultado.

Este es también un buen tema para introducir el juego de "¿Cuál no pertenece?". En este juego se piden cuatro imágenes u objetos con la característica de que cada subconjunto de tres comparta un atributo común que permita excluir el cuarto, pero no hay una única respuesta correcta, ya que cada elemento podría ser excluido - sólo hay que averiguar la razón correcta para ello.

3+3	2+4
5+1	3+5

La serpiente II

El juego de la Serpiente II se juega con 2 alumnos, que tiran los dados y tienen que mover sus fichas según el valor del dado. Otra forma de plantear la actividad para niños de 6-7 años es utilizar dos dados de dos colores diferentes (por ejemplo, rojo y azul), en los que el rojo significa hacia delante y el azul hacia atrás. De este modo, practican la resta.

El contaje "pat-a-cake" introduce algo de ritmo en los patrones numéricos. Frente a un niño (o los niños en parejas uno frente a otro) se dan una palmada juntando las dos manos y luego le dan una palmada en las manos de su compañero. Cuando lo hagan suficientemente bien, pueden añadir un patrón de contaje que ambos digan al mismo tiempo que se dan palmadas. Por ejemplo, palmada, tres, palmada, seis, palmada nueve, palmada, doce... Cambia el líder, que empieza primero y controla la velocidad de las palmadas mientras el otro sigue su ritmo.

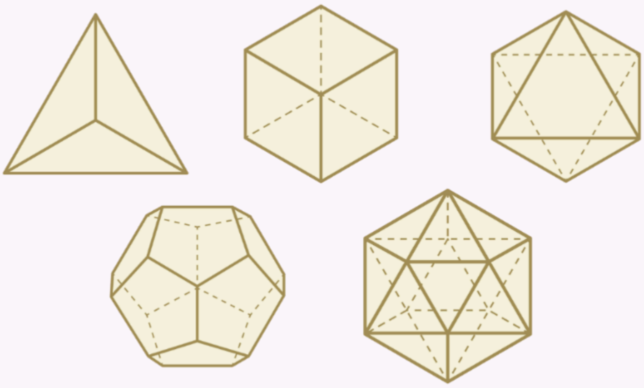
También pueden jugar al juego del Veinte. Es un juego de contar en el que dos personas se turnan para contar del uno al veinte con el objetivo de hacer que tu oponente diga "Veinte". Puedes contar uno, dos o tres números. Hay una estrategia para ganar, pero no es obvia, aunque se puede intentar que los niños la descubran dando algunas pistas. Se puede cambiar el objetivo de veinte a números más grandes, contar de dos en dos o de tres en tres, o incluso añadir un tercer jugador. Además, con los niños más pequeños se pueden utilizar veinte monedas o fichas en lugar de contar los números en voz alta.

SMEM
Co-funded by the European Union

Contar caras

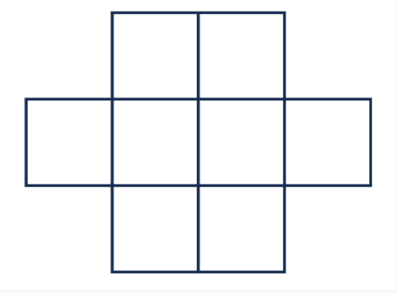
En Contar caras, los alumnos tiran un dado y tienen que encontrar la forma que tenga el mismo número de caras que el resultado. Una forma de ampliar esta actividad para los más pequeños, de modo que se impliquen tanto en el contaje como en la geometría, es pedirles que formen un triángulo con los brazos. Una vez formado el triángulo, se hace una foto y se pide a los alumnos que cuenten cuántos brazos han necesitado. Para ir un paso más allá, observando un tetraedro, pide a los alumnos que cuenten cuántos más harían falta para formar un tetraedro a partir de un triángulo.

Para edades más avanzadas, se puede ampliar la actividad pidiéndoles que cuenten las aristas y los vértices y observen qué condiciones son necesarias para que una forma tenga vértices o aristas. También se les puede pedir que construyan los sólidos platónicos con varillas magnéticas para poder visualizar las formas geométricas.



Buenos vecinos

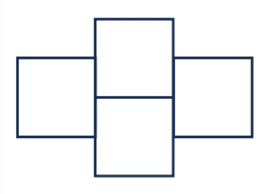
Este módulo podría utilizarse cambiando las reglas del tablero existente o modificando el tablero.
La primera opción sería introducir fichas con números del 1 al 9 en lugar de colores, pero con una regla parecida: los números consecutivos no deben ser vecinos. ¿De cuántas formas diferentes se pueden colocar las fichas siguiendo esta regla?
Los tableros podrían cambiarse de forma que las tareas fueran cada vez más difíciles de resolver. La primera opción sería el tablero con sólo ocho casillas colocadas de la siguiente manera:

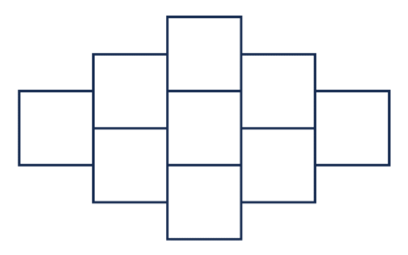


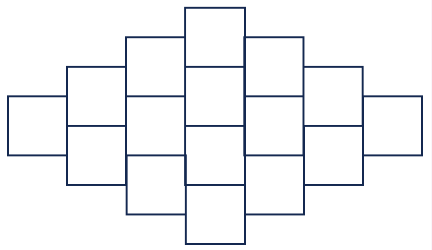
La regla sería colocar fichas con números del 1 al 8 de tal forma que los números consecutivos no compartan ningún lado o vértice. Para los niños más pequeños, en lugar de números, las fichas serían de tres colores diferentes, con tres opciones diferentes para las reglas: que los mismos colores no comparten ni lados, ni vértices, o el teorema de los 4 colores: no pueden compartir lados, pero sí vértices; ¿cuántos colores son necesarios en este caso? Si la regla es más restrictiva (las fichas del mismo color no pueden compartir ni lados ni vértices) necesitaríamos cuatro colores, pero, con la regla de que pueden compartir vértices, tres colores son suficientes.

SMEM
Co-funded by the European Union

La tercera versión consiste en averiguar cómo ampliar este módulo con más casillas utilizando tres colores y la regla más sencilla. Si empezamos con una cuadrícula con sólo 4 casillas, ¿podemos poner en ellas fichas de tres colores? En caso afirmativo, ¿por qué? ¿Podemos seguir añadiendo casillas? El mínimo de casillas es 4, luego tenemos una cuadrícula con 9 casillas, luego 16 y luego 25 y así sucesivamente. El número de casillas total es el cuadrado del número de casillas de la columna central.







¿Hay alguna relación con el triángulo de Pascal?

¿Cómo podemos demostrar que la única versión que cumple las reglas es la que tiene la cuadrícula formada por el número al cuadrado de casillas de la columna central? Existe una prueba geométrica, pero no es asequible para niños menores de 8 años. ¡Un material sencillo puede ocultar matemáticas avanzadas!

Familias

En el módulo Familias se pide a los alumnos que clasifiquen los objetos en tres grupos diferentes basándose en sus propias reglas. Un ejemplo sería el tamaño, el color y la forma. Se pueden realizar muchas actividades basadas en esta idea. Una actividad podría ser clasificar la ropa para lavar por colores o por su temperatura de lavado.

Otra actividad podría ser identificar características comunes entre los alumnos y compararlas, como la altura, la ropa y la largada del pelo, utilizando un diagrama de Venn físico y tarjetas con categorías para esquematizar los puntos en común. Después, puedes pedirles que cuenten cuántos hay en cada categoría.

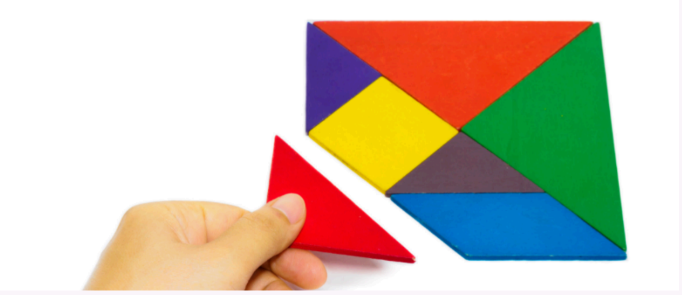
Una forma de convertirlo en un juego sería pedirles que encuentren a otras personas que compartan los mismos atributos, como la edad, la altura y el mes de nacimiento. Este juego se llama bingo humano, y hay muchas plantillas que se pueden encontrar en Internet para crear tu propia versión.

Co-funded by the European Union

A continuación se muestra un ejemplo de myfreebingocard.com:

Fuente: https://myfreebingocards.com/human-bingo

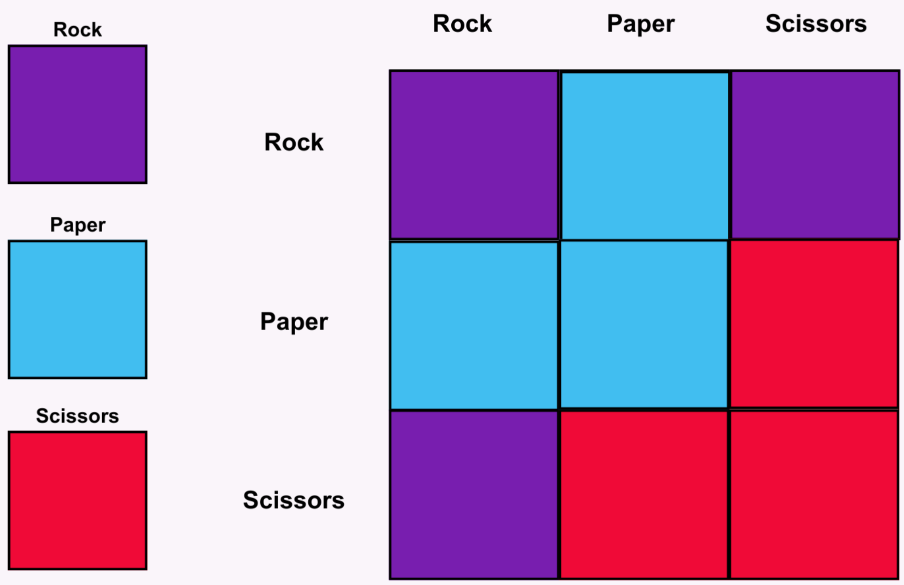
Una actividad basada en esto podría ser ordenar a los alumnos según su mes de nacimiento, lo que permite introducirlos a la probabilidad. Por ejemplo, si hay más de 24 personas, la probabilidad de que dos personas cumplan años el mismo día es de más del 50%.
Una forma de combinar los módulos Familias y Serpiente I (que aborda el contaje y hace una suave introducción a la probabilidad) puede ser que los profesores elaboren su propia versión de la clasificación de formas u objetos con la condición de que haya más de una familia a la que pertenezcan. Un ejemplo de ello son los "Logic Blocks", que utilizan las mismas formas con diferentes texturas, tamaños y colores de círculos, triángulos y rectángulos. Esto es algo que también se puede hacer con el puzle tangram.



La serpiente I

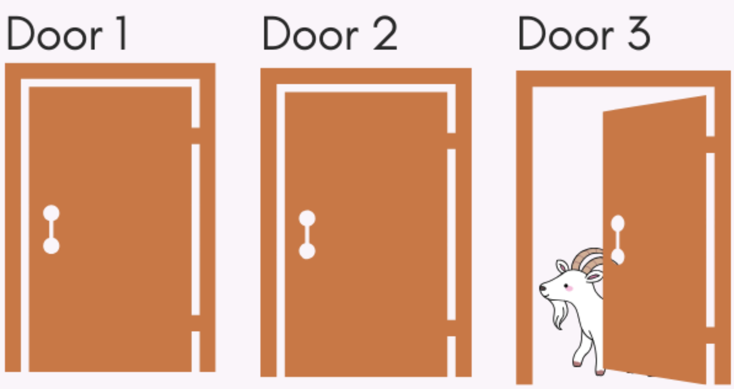
Como forma de ampliar el módulo La serpiente I con la idea de cara o cruz e introducir el concepto de probabilidad puedes pedir a los alumnos que jueguen al juego de piedra, papel, tijera. Puedes asignar un color a cada opción y pedir a los alumnos que utilicen el color que gane en cada situación para llenar la cuadrícula. Pídeles que jueguen y cuenten cuántas veces han ganado utilizando cada opción.

Co-funded by the European Union



¿Cómo puede terminar un partido de tenis si se juega a dos sets o a tres? Esta actividad consiste en representar visualmente los partidos ganados a 2 y a 3 sets mediante dibujos o pegatinas en una pizarra y luego invitar a los niños a participar en el recuento de las distintas formas en que puede terminar un partido de tenis en función de estas condiciones. Por turnos, los niños marcan en la pizarra los distintos resultados del partido, como que uno de los jugadores gane todos los partidos, que ambos ganen el mismo número de partidos o que cada jugador obtenga diferentes números de victorias. A través de este proceso, los niños aprenden principios de contaje mientras exploran las diversas posibilidades de cómo podría concluir un partido de tenis, fomentando el interés, la creatividad y las habilidades matemáticas básicas en el contaje y las probabilidades.

También se puede plantear el problema de Monty Hall en el que el presentador abre la puerta que quiere y los alumnos tienen que elegir si cambian de puerta o se quedan en la que han elegido inicialmente. La idea del juego es que cambiar siempre es mejor que mantener la misma selección. Pueden hacer varias rondas del juego en clase y contar cuántas veces han tenido que cambiar de puerta. La explicación de la lógica de este problema puede hacerse más adelante.



Pájaros cantores

El módulo Pájaros cantarines muestra seis pájaros ("luces") que pueden estar encendidos o apagados, y seis setas ("botones") que pueden estar pulsadas o no. Cada seta cambia el estado de uno o más pájaros, pero no sabemos de antemano qué pájaros están "conectados" a cada seta. Cada juego tiene diferentes conexiones aleatorias. Al principio, todos los pájaros están apagados y

SMEM
Co-funded by the European Union

el objetivo es encenderlos todos. Cada pájaro en estado encendido fa sonar una nota y todos los pájaros encendidos forman un bonito acorde.
El alumno irá deduciendo estas instrucciones, pero sólo encontrará la solución después de muchos ensayos y errores. Después de varias partidas, el alumno puede desarrollar sus propias estrategias, guiado por el educador.
Antes de intentar resolver un problema, hay que imaginar cómo es la solución. Una primera observación clave es que el orden en que se pulsan los botones no importa, y pulsar dos veces un botón es lo mismo que no pulsarlo. Esto puede no ser evidente a primera vista, por lo que podríamos imaginar que la solución es una larga secuencia de pulsar botones en un orden concreto. Una vez entendido que el orden no importa, queda claro que la solución no es más que una determinada selección de los botones que hay que pulsar. Esto permite crear una estrategia de enumeración (por ejemplo, para probar todas las combinaciones posibles).

Una segunda observación clave es que, en general, algunas aves sólo se ven afectadas por un número reducido de botones. Si, mediante la exploración, descubrimos que un pájaro sólo se ve afectado por un botón, es seguro que ese botón debe estar pulsado. Si descubrimos que un pájaro se ve afectado por dos botones, es seguro que debe pulsar uno u otro (pero no ambos, ni ninguno). Esto separa este conjunto de dos botones del resto, y podemos probar la primera opción, y si no tiene éxito, la segunda. Estos resultados implican un razonamiento deductivo que, al final, reduce el conjunto de combinaciones, acotando la búsqueda hasta encontrar la solución.
Esta técnica de ensayo-error mejorada con un poco de reducción deductiva del espacio de búsqueda se enmarca en lo que llamamos "observación y contaje". Contar puede ser más complicado que enumerar objetos. En primer lugar, implica una descripción del espacio de combinaciones y, en segundo lugar, requiere descartar algunas (o todas) las combinaciones no válidas que no es necesario probar.
Para el lector interesado, incluimos una descripción matemática del juego. El problema puede formalizarse con álgebra lineal. Pulsamos el primer botón, vemos cuál de los pájaros se enciende y registramos esta información como un vector columna de seis ceros y unos (un 1 para cada pájaro encendido, un 0 en caso contrario). Por ejemplo, el vector (0,0,1,1,0,0) si sólo se encienden el tercer y el cuarto pájaro). Repetimos esto por cada uno de los seis botones para obtener seis vectores columna. Apilamos los seis vectores-columna para crear una matriz A. Entonces, para cualquier combinación x de botones pulsados (por ejemplo, x = (1,1,0,0,0,1) como vector columna si pulsamos los botones 1,2 y 6), los pájaros que se encienden vienen dados por el producto matricial $A \cdot x$. Las matrices y los vectores deben considerarse módulo 2, es decir, sustituyendo cualquier entrada par por 0 y cualquier entrada impar por 1. Resolver el reto equivale a resolver el sistema lineal $A \cdot x = (1,1,1,1,1,1)^T$, lo cual puede hacerse por cualquier método estándar de resolución de

sistemas lineales de ecuaciones (eliminación de Gauss, inversión de A, etc). El programa está hecho para garantizar que la matriz A sea invertible, por lo que siempre hay una solución única del el reto.

Otros rompecabezas similares que se pueden proponer a niños de edades parecidas son Lights-out, un juego electrónico físico popular en los años 90 al que hoy se puede jugar en versión online. La mecánica es parecida. En este caso, los botones son a su vez luces y hay 25 de ellas, dispuestas en una cuadrícula 5x5. Cada botón activa su propia luz y las de los botones adyacentes a un lado. Esta asociación constante y predecible entre botones y luces facilita que, con la práctica, se dominen y reconozcan patrones. Un estudio similar de álgebra lineal da una solución matemática.

Por último, la simetría y la paridad se encuentran entre las herramientas más comunes y útiles en la magia matemática (por ejemplo, el Baby Hummer o, para los más expertos, el caso más general del Principio de Hummer) o para encontrar estrategias ganadoras en muchos juegos (por ejemplo, el NIM) . La versión Marienbad del Nim es un magnífico ejemplo de cómo la simetría y la paridad (aplicadas al sistema binario) permiten ganar todas las partidas.

Selfies junto al mar

En relación con la ubicación y la posición de los objetos en el espacio, se puede pedir a los alumnos que relacionen frases concretas con la posición de los objetos en la imagen. Un ejemplo sería utilizar "delante de" y averiguar qué objetos están delante de qué otros. A partir de ahí, se puede utilizar el tablero para trazar la ubicación de los animales en relación con los demás, a modo de cuadrícula de coordenadas cartesianas.

Además, se pueden montar diferentes objetos de la clase como una escena fotográfica, y los alumnos podrán utilizar el teléfono que acompaña el módulo para hacer fotos desde diferentes perspectivas. Para edades más avanzadas, esta actividad también puede incorporar la luz con el fin de aprender y comprender mejor los ángulos (de dónde viene la luz, teniendo en cuenta las sombras que proyectan las distintas fuentes de luz).

Se puede tomar la misma foto desde diferentes posiciones dentro del aula y después adivinar por las fotos quién las tomó (ésta se tomó desde el lado izquierdo del aula, o desde el fondo del aula).

También se puede tomar la misma foto con diferentes proporciones (1:1, 3:4, 9:16) y discutir cómo afecta a la foto final en cuanto a las cosas incluidas en ella.

Co-funded by the European Union

Caminos

Introducción

La noción de camino es uno de los primeros conceptos con los que se encuentra un niño mientras explora y navega por su entorno. Los caminos visibles diseñados por un niño pueden incluir trazas dibujadas con un palo en la arena, garabatos en el papel o marcas húmedas dejadas por una botella de agua rota cuando se mueve: las posibilidades son infinitas. El niño puede observar caminos formados por fuegos artificiales, aviones, estrellas fugaces, huellas de animales o escritura a mano, e incluso considerar la idea de caminos sin rastros visibles.

En distintos contextos, un camino define una zona donde es posible el movimiento: se puede atravesar una calle o una pista forestal, o andar por una acera, pero no entre muros o edificios. Los senderos forestales y los caminos rurales guían el movimiento de una persona, advirtiendo de no andar por bosques o campos porque se podría perder. Hay un camino entre el hogar y la escuela que puedes aprender y, a veces, puedes volver de la escuela haciendo una ruta diferente, a pesar de tener los mismos puntos de inicio y final. Aprender un camino requiere indicaciones: avanzar, girar a la derecha, navegar por obstáculos o dar marcha atrás si está bloqueado por una obstrucción, como una valla o una puerta cerrada.

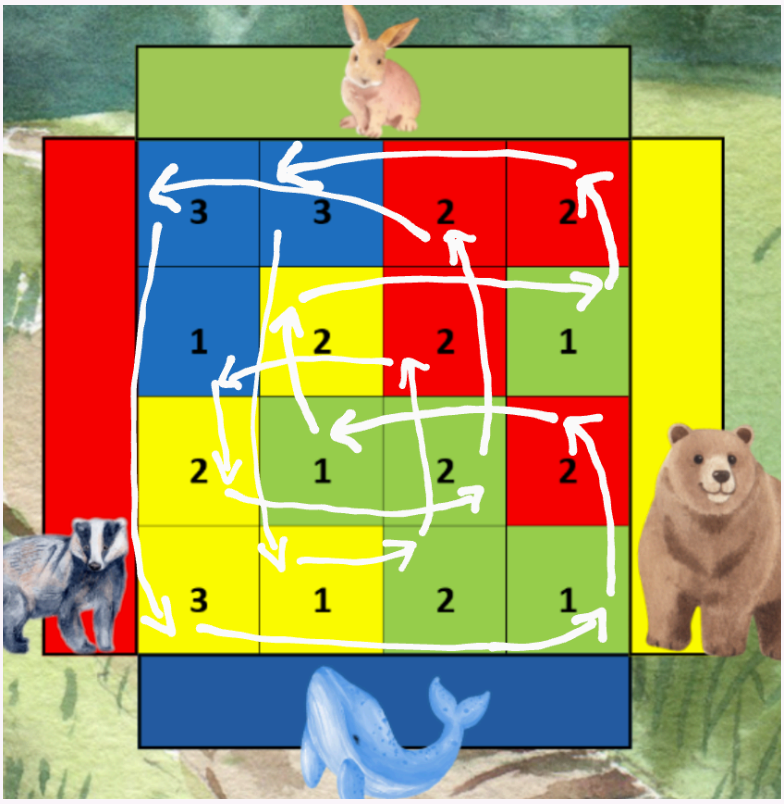
Si bien es un concepto intuitivo, definir un camino implica dos perspectivas complementarias: en primer lugar, una definición dinámica interpreta un camino como la trayectoria de un objeto en movimiento (que puede no dejar ningún rastro visible). Cualquier entidad en movimiento - persona, animal, coche - traza un camino durante su movimiento, que es ausente cuando la entidad está parada; en segundo lugar, una definición estática define un camino como una línea (no necesariamente recta) que conecta dos puntos del espacio y no precisa ningún movimiento. Ambas definiciones existen en el diccionario, a menudo acompañadas de significados más simbólicos. Matemáticamente, ambos puntos de vista son equivalentes: el conjunto de puntos que atraviesa un objeto forma una curva, y dada una curva podemos hacer que un objeto en movimiento la siga. Aun así, introducir esta dualidad en los niños puede resultar atractivo. Los educadores o familiares pueden promover debates planteando una pregunta: "¿Qué es un camino?" y presentar perspectivas alternativas. La combinación de estos debates con actividades sugeridas puede facilitar una mejor comprensión.

Co-funded by the European Union

Módulos del Proyecto SMEM relacionadas con Caminos

El paseo de Emy

El enfoque “dinámico" es una buena descripción de un camino mediante una secuencia de instrucciones: siguiendo instrucciones, paso a paso, y a medida que está en movimiento dibuja un camino. Encontramos una ilustración adecuada de esta perspectiva en el módulo **El paseo del Emy** por el bosque. El módulo presenta un tablero de ajedrez con cuadrados numerados y de diferentes colores (ver ilustración). Cada uno de los cuatro colores dirige el movimiento hacia un lado específico, y su número indica cuántos cuadrados hay que avanzar. Cualquier niño que pueda reconocer números seguirá fácilmente estas sencillas reglas. Las discusiones posteriores pueden incluir preguntas cómo "¿Qué camino has seguido?", haciendo que los niños reconstruyan su trayectoria o indaguen sobre la propia definición de un camino. También se puede preguntar: “¿Notas algún camino a la pizarra?”. Esta pregunta los anima a constatar que, si bien un camino dibujado explícitamente al tablero (estáticamente) no existe, las reglas sí que definen un camino implícito.



Hay preguntas motivadoras como: "¿Hay un camino que se adhiere a las reglas del juego entre los tres amarillos y el azul (o cualquier otra combinación)?" o bien "¿Por donde tendría que empezar mi camino para pasar…?", que pueden promover la exploración. Manteniendo esta dinámica, preguntas como: "¿Mi camino volverá a su posición inicial?" permiten introducir el concepto de caminos cerrados. Las observaciones sobre las autointersecciones, los términos direccionales (izquierda y derecha, antes y después, adelante y atrás) y discusiones sobre configuraciones de caminos pueden enriquecer la experiencia.

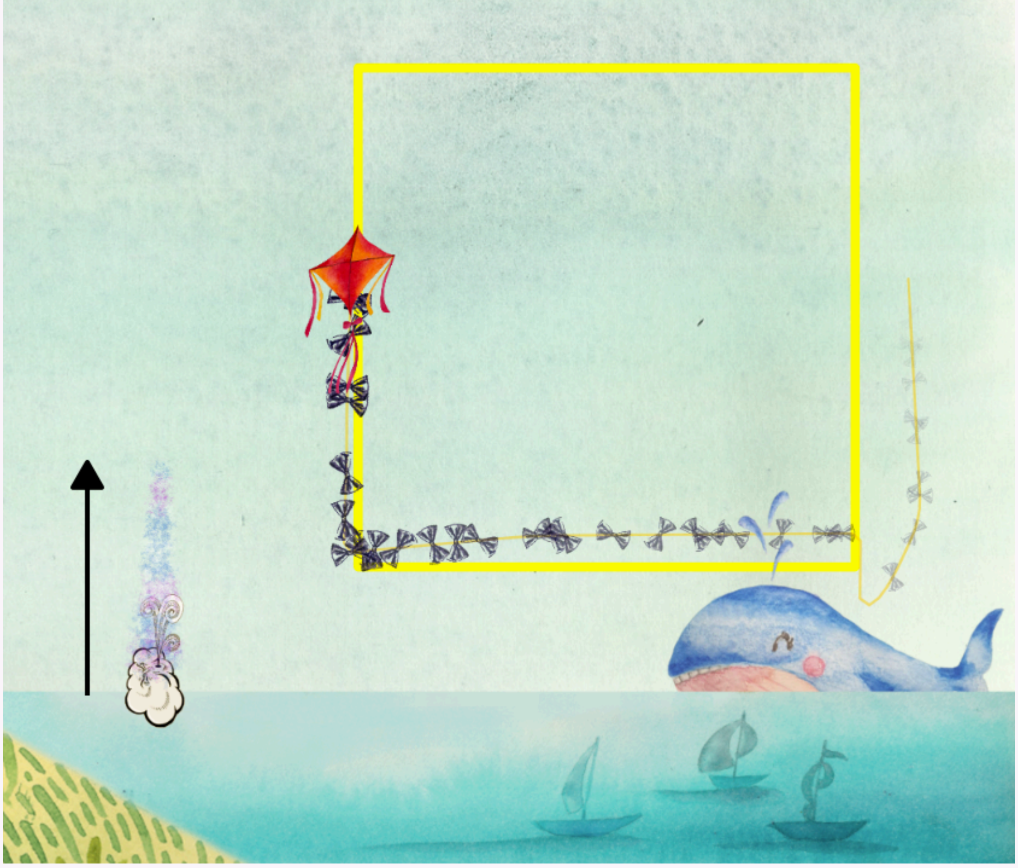
Para los niños mayores (8+), podéis animarlos a crear su propio tablero de ajedrez. Podéis hacerlo desde cero sobre un papel o usando cuadrados preparados previamente coloreados y etiquetados.

Co-funded by the European Union

También podéis modificar las instrucciones. Por ejemplo, podríais indicarles lo siguiente: "El diseño de vuestro paseo por el bosque tendría que facilitar dos, tres o cuatro caminos en bucle distintos". Para ayudar a empezar la actividad podéis llenar parcialmente el diseño, dejando algunos espacios vacíos para la exploración y el diseño.

Corazón en el cielo

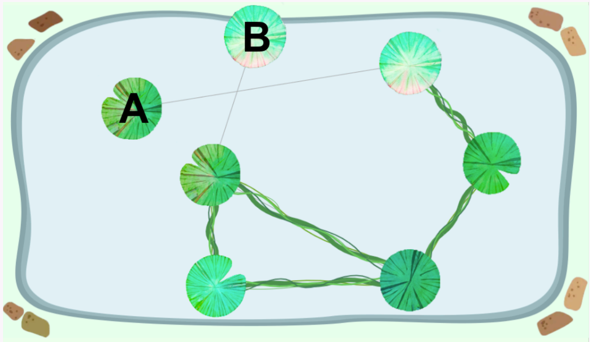
En el módulo virtual **Corazón en el cielo**, los niños controlan el vuelo de un cometa para poder trazar una forma predefinida en el cielo. Mientras que la forma que hay que conseguir representa un camino "estático", la trayectoria del cometa encarna un camino "dinámico". Curiosamente, el movimiento del cometa, a pesar de ser dinámico, deja un rastro a la pantalla, convirtiendo esencialmente el camino dinámico en estático. En este módulo se hace énfasis en que la dirección es independiente del camino. En lugar de controlar directamente el cometa, los niños lo guían indirectamente a través de un viento que sopla nubes, que representa el movimiento del cometa. Esta configuración mejora la coordinación entre ojo y mano, así como las habilidades de orientación espacial. De forma similar como se ha observado en el módulo anterior, las direcciones tienen un papel fundamental para determinar el camino. Además, en este caso introducimos el concepto de velocidad: la dirección del viento indica la dirección del movimiento del cometa, y su longitud representa la velocidad. En conjunto, dirección y velocidad forman el vector velocidad del cometa en movimiento, que es siempre tangente a la trayectoria.

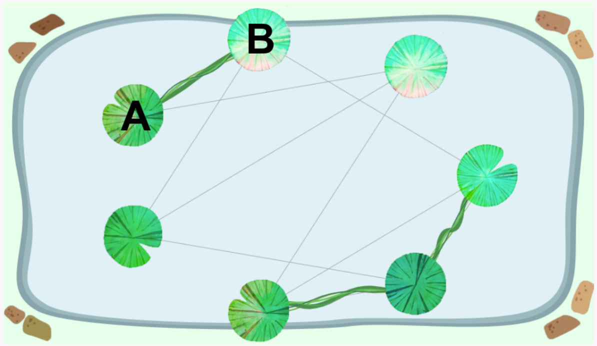


SMEM
Co-funded by the European Union

Estanque de nenúfares

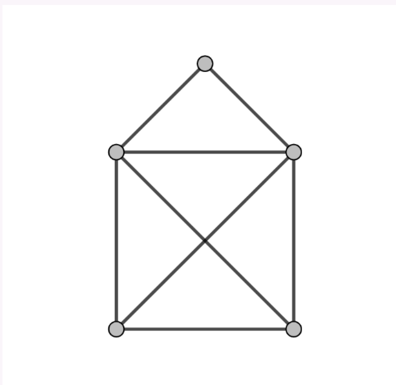
En el módulo virtual **Estanque de nenúfares** surgen caminos que conectan nenúfares con segmentos de línea recta. Este módulo amplía el concepto de caminos al de grafos: los nenúfares representan vértices y sus conexiones forman las aristas de un grafo. Cada arista enlaza de manera coherente dos vértices, asegurándose de que no hay ninguna arista desconectada o perdida, o que exista un vértice no conectado. Los vértices pueden servir como punto inicial y final de múltiples aristas. Algunas aristas se pueden cortar. Las aristas superpuestas se ilustran como líneas finas, mientras que las que no se superponen aparecen como filamentos verdes. El objetivo original del juego consiste en desenredar todas las aristas y eliminar las superposiciones. No obstante, los grafos que se muestran ofrecen una oportunidad para explorar caminos. Al seleccionar un grafo y etiquetar dos nenúfares, A y B, se pueden investigar los caminos disponibles para conectar estos puntos designados. ¿Cuántos caminos distintos hay?





Dependiendo del grafo seleccionado, esta tarea puede variar de fácil a más compleja. Podéis introducir condiciones adicionales que tiene que cumplir el camino para ser considerado como tal. Por ejemplo, que las aristas no se corten, que se permita el movimiento hacia atrás, etc. Alternativamente, podéis desafiar a los participantes a encontrar el camino más corto que conecte todos los nenúfares, lo cual nos guía al problema del vendedor ambulante.

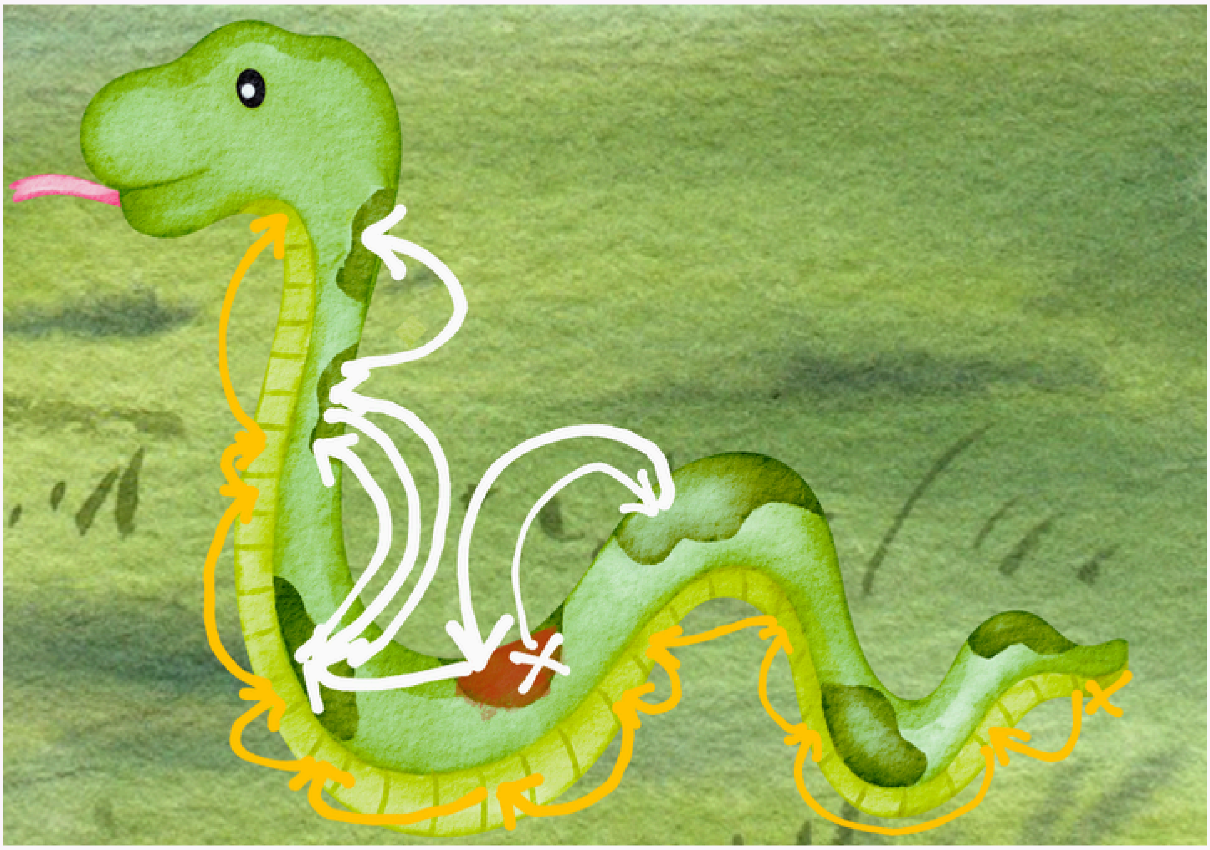
Otra tarea atractiva consiste en conectar tantos nenúfares como sea posible mientras se utiliza cada filamento solo una vez. A veces puede ser que no sea factible conectar todos los nenúfares. La primera imagen muestra un caso así. Podríais hacer preguntas de seguimiento como: "¿Es factible conectar todos los nenúfares?", "¿Por qué o por qué no?", "¿Qué condiciones se tienen que cumplir para conectarlos todos?" Estas tareas se hacen eco del famoso problema de los puentes de Königsberg. Los niños también pueden reconocer un rompecabezas similar donde tienen que dibujar un camino en un grafo que se asemeja en una casa:



La serpiente

A medida que se desarrolla el juego **La serpiente**, la ficha de cada jugador traza un camino a través del tablero. En realidad, un camino resultante del juego produce automáticamente un grafo (véase el párrafo anterior sobre el juego **Estanque de nenúfares**). La ilustración muestra un camino de ejemplo para cada versión del juego.

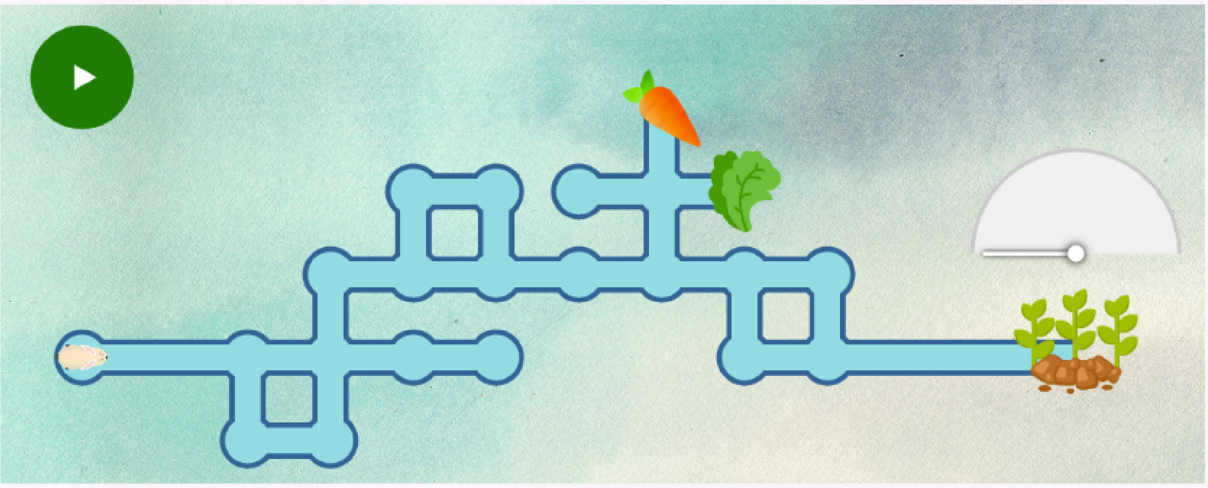
Podéis preguntar a los niños cómo de largo ha sido el camino de su ficha. En el caso de la versión "monedas" del juego, será el número de turnos que ha tardado a completar el juego, mientras que en el caso de la versión "dados", siempre hay que fijarse en la longitud de la serpiente (el número de casillas). Si el camino supera el rango de recuento de los niños, lo pueden dibujar en papel de cuadrícula, utilizando los cuadrados como unidades para contar.



El laberinto del conejo

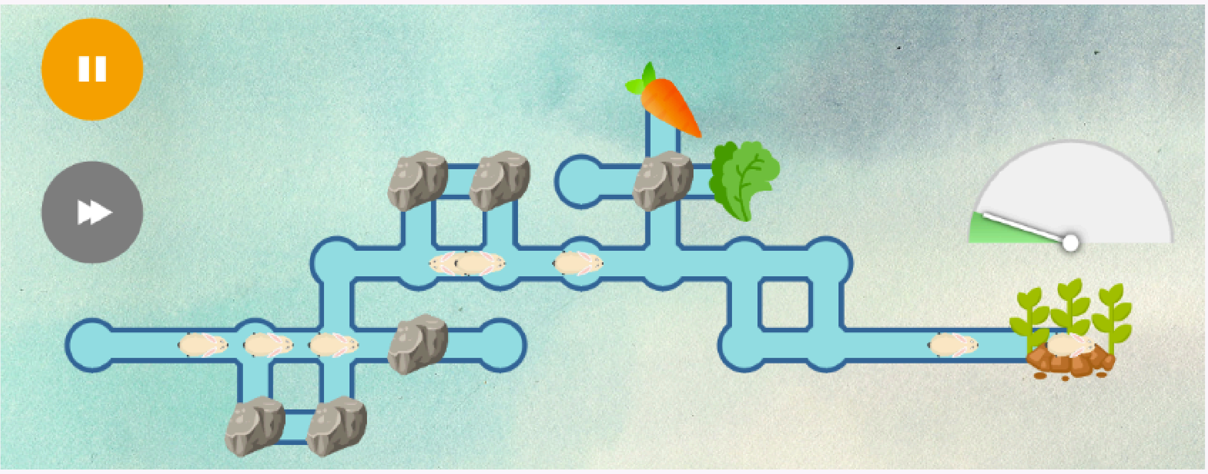
El diseño de cada etapa del módulo virtual del **Laberinto del conejo** forma un grafo que incluye vértices (áreas redondas o intersecciones) y aristas (conexiones entre estas áreas redondeadas). Aquí tenéis un ejemplo:

Co-funded by the European Union



Los conejos navegan por el grafo, cada uno siguiendo su propia ruta. Cada camino empieza al lado izquierdo de la pantalla y concluye al agujero del conejo al lado derecho, a una zanahoria o a una col. Estos caminos pueden diferir en longitud y pueden contener varios bucles.

El objetivo es modificar el grafo colocando estratégicamente las rocas en los vértices para garantizar que el mayor número posible de conejos lleguen al agujero del conejo al final del camino.



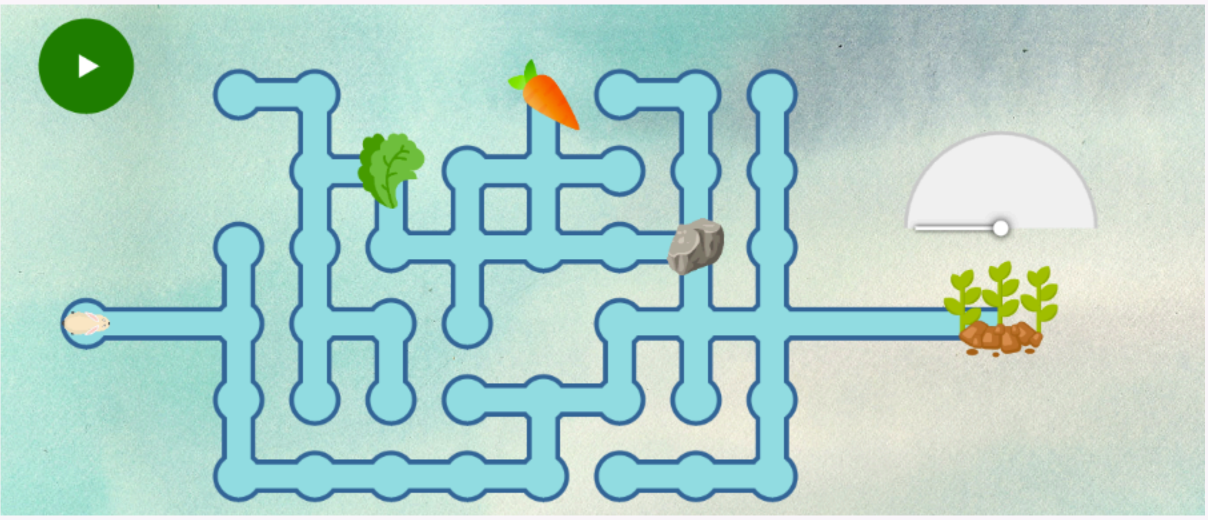
Los conejos pueden moverse por aristas que lleven a una roca, pero cuando lleguen se verán obligados a cambiar su dirección (nota: esta disposición es diferente a la de un grafo matemático, donde la arista restante no tiene un vértice en su extremo). Es posible bloquear las tres opciones de finalización, dando lugar a un juego sin final. Las piedras también pueden asegurar los desvíos, ayudando los conejos a llegar rápidamente a la madriguera (como se ve en la captura de pantalla proporcionada: solo una piedra obstruye la zanahoria y la col; las otras cinco no son necesarias para lograr la meta, pero aceleran la llegada de los conejos llegada).

Para los niños, las preguntas iniciales sobre el grafo (antes de colocar piedras) se pueden parecer a las del **Juego del Estanque de nenúfares**: "¿Cuántos caminos diferentes pueden seguir los conejos?" o "¿Cuál es el camino más corto?", etc. Encontrar el camino más corto colocando adecuadamente las rocas ayudará a conseguir el objetivo original del juego.

Por lo tanto, podéis preguntar cuál es la colocación óptima de las rocas para conseguir el objetivo del juego. Por otro lado, se puede considerar cuál es el mínimo número de rocas necesarias para bloquear todas las distracciones y su colocación estratégica en el grafo en el que estéis jugando. Por

SMEM Co-funded by the European Union

ejemplo, es posible obstruir dos distracciones con una sola roca, a pesar de que es factible bloquear cada distracción, por separado, con piedras individuales.



Co-funded by the European Union

Ejemplo de taller basado en SMEM

En esta sección exploraremos un atractivo taller basado en actividades del proyecto SMEM. Las actividades del proyecto SMEM sirven de inspiración para crear experiencias de aprendizaje dinámicas en el aula y fuera de ella.

Edad: 6-8

Taller: Geometría y conciencia espacial

Premisas: Aula / entorno familiar

Tiempo necesario por actividad: 20-25 min

Actividades:

Selfies junto al mar y comprensión posicional

Geometría divertida con formas

Descubriendo patrones geométricos a través de la construcción

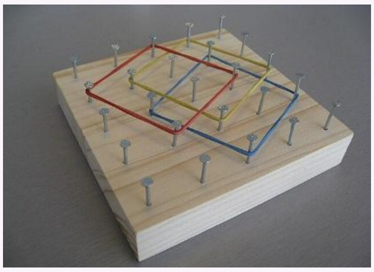
Materiales necesarios: Cámaras, geoplanos, materiales manipulativos geométricos

El taller incluye: Emparejar frases con posiciones de objetos, comprender conceptos cartesianos, explorar formas y sus propiedades, construir sólidos platónicos y experimentar con ángulos y luz a través de la fotografía.

Temas de matemáticas tratados: geometría, conceptos espaciales, ángulos, formas

Selfies junto al mar y comprensión posicional

Esta actividad se centra en mejorar la comprensión espacial y la conciencia posicional de los niños mediante una combinación de actividades visuales y exploración práctica.



Se presentan a los niños imágenes de escenas costeras con diversos objetos. Se les pide que relacionen frases descriptivas con las posiciones correspondientes de los objetos en esas escenas. Por ejemplo, frases como "al lado de la palmera", "detrás del barco" o "delante del faro" se emparejan con los respectivos objetos de las imágenes. Este ejercicio ayuda a reforzar la comprensión de las preposiciones espaciales y la colocación de los objetos.

Para profundizar en los conceptos espaciales, los niños se inician en los Geoplanos, una herramienta táctil parecida a un plano cartesiano. Utilizan gomas elásticas o clavijas para crear formas o trazar puntos en el geoplano. De este modo, adquieren una comprensión práctica de los conceptos básicos de coordenadas cartesianas, como los ejes X e Y, las coordenadas y la colocación de objetos en relación con los puntos de la cuadrícula.

La sesión culmina con una divertida e interactiva actividad fotográfica. Los niños utilizan cámaras o teléfonos inteligentes para capturar imágenes desde diferentes perspectivas: vistas aéreas, primeros planos y panorámicas. Exploran cómo el cambio de punto de vista altera la percepción de la posición y el tamaño de los objetos en las imágenes capturadas. A continuación, se entabla un debate en el que los niños expresan sus observaciones sobre los efectos de las distintas perspectivas en la posición de los objetos y la percepción visual.

A lo largo de la actividad, el animador guía los debates y anima a los niños a expresar su comprensión de los términos posicionales, los conceptos de coordenadas y la forma en que las perspectivas visuales influyen en la colocación de los objetos. Este diálogo abierto fomenta el pensamiento crítico y permite a los niños relacionar observaciones del mundo real con principios geométricos y espaciales.

Ejemplos concretos de preguntas guía:

1. Introducción a las coordenadas

   Rotulamos las líneas horizontales A, B, C, y las verticales 1, 2, 3 para crear nuestra cuadrícula. ¿Cómo nos ayuda esto a localizar puntos?

   ¿Puedes trazar un punto en A3? ¿Qué coordenadas utilizarías para trazar un punto en la cuadrícula?

2. Crear formas y trazar puntos

   Une los puntos que has trazado. ¿Qué forma has creado?

   ¿Puedes formar un triángulo con las coordenadas D2, E4 y F3? ¿Cómo trazarías estos puntos?

3. Comprender movimientos y traslados

   Movamos el cuadrado dos unidades a la derecha y tres unidades hacia arriba. ¿Cuáles serán sus nuevas coordenadas?

   Describe el movimiento de la figura utilizando coordenadas. ¿Cómo afecta el cambio de coordenadas a su posición?

4. Análisis de las relaciones de coordenadas

   ¿Qué ocurre si cambias la segunda coordenada manteniendo constante la primera?

   ¿Puedes explicar cómo el cambio de la primera coordenada desplaza la figura horizontalmente o el cambio de la segunda coordenada la desplaza verticalmente?

5. Exploración de las propiedades y transformaciones de las formas

   ¿Qué ocurre si unimos A1, A4, D4 y D1? ¿Puedes describir la forma?

   Si reflejamos esta figura a través de la línea vertical en la coordenada B, ¿qué aspecto tendrá?

6. Aplicaciones reales

SMEM
Co-funded by the European Union

¿Cómo puede ayudarnos la comprensión de las coordenadas a navegar por una ciudad o a localizar objetos en un mapa?

¿Se te ocurren situaciones en las que pueda ser útil saber utilizar las coordenadas?

El objetivo de estos debates y preguntas guiadas es ayudar a los niños a comprender los conceptos cartesianos, animándoles a pensar de forma crítica, articular sus observaciones y relacionar estos conceptos con situaciones del mundo real. El facilitador guía a los niños para que exploren y visualicen los conceptos geométricos utilizando lápiz y papel.

Al final de la actividad, una sesión de reflexión anima a los niños a compartir sus ideas y conclusiones. Debatirán cómo ha evolucionado su comprensión de la posición espacial y cómo este nuevo conocimiento podría aplicarse en situaciones de la vida real, reforzando su comprensión de los conceptos geométricos y espaciales.

Esta actividad ampliada hace hincapié en el uso de imágenes visuales, herramientas táctiles como los tableros geométricos y la fotografía para mejorar la comprensión espacial de los niños, reforzar los conceptos posicionales y entablar debates que vinculen la percepción visual con los principios geométricos y espaciales.

Actividad alternativa: Conceptos cartesianos con lápiz y papel

Esta actividad modificada se centra en introducir a los niños en los conceptos básicos de las coordenadas cartesianas utilizando herramientas sencillas como papel y lápices.

Los niños reciben hojas de papel y lápices. Empiezan dibujando una cuadrícula en el papel: una serie de líneas horizontales y verticales que se cruzan formando cuadrados. El animador les guía para que marquen las líneas horizontales con letras (A, B, C, etc.) y las verticales con números (1, 2, 3, etc.), simulando un plano cartesiano simplificado.

A partir de esta cuadrícula hecha por ellos mismos, los niños practican el trazado de puntos eligiendo coordenadas (por ejemplo, A3, B4) y las marcán en la cuadrícula. A continuación, conectan estos puntos para crear formas como cuadrados, rectángulos, triángulos o diseños más complejos. Animarles a experimentar con distintas coordenadas fomenta su comprensión de cómo estas determinan posiciones y formas en la cuadrícula.

Para asimilar mejor los conceptos posicionales, los niños realizan actividades que consisten en mover las formas sobre la cuadrícula. El animador puede pedirles que desplacen una figura (por ejemplo, un cuadrado) de una posición a otra especificando las coordenadas de su nueva ubicación. Este ejercicio refuerza la idea de cómo el cambio de coordenadas produce desplazamientos o traslaciones de objetos en un plano visual.

Mientras los niños trabajan en sus cuadrículas, el animador inicia debates para explorar las relaciones entre las coordenadas, los movimientos y las formas resultantes. Preguntas como "¿Cómo afectan los cambios de coordenadas a la posición de la forma?" o "¿Puedes describir el movimiento del punto A al punto B utilizando coordenadas?" estimulan el pensamiento crítico y refuerzan su comprensión de los conceptos espaciales.

Hacia el final, una sesión de reflexión anima a los niños a compartir sus experiencias y observaciones. Hablan de cómo el trabajo con coordenadas y formas sobre el papel les ha ayudado a visualizar las relaciones de posición y a comprender conceptos básicos de tipo cartesiano. El animador les anima a pensar en aplicaciones prácticas de estos conceptos en situaciones cotidianas.

Co-funded by the European Union

Geometría Divertida con formas

Esta actividad se centra en fomentar la comprensión y exploración por parte de los niños de diversas formas geométricas, sus propiedades y sus relaciones.

Se presenta a los niños una variedad de formas geométricas: círculos, cuadrados, triángulos, rectángulos, pentágonos, hexágonos y formas tridimensionales como cubos, esferas y pirámides. El animador inicia la actividad fomentando la exploración práctica y el debate en torno a estas formas.

Ejemplos concretos de orientaciones y preguntas para el educador/a:

1. Introducción a las formas geométricas

   Exploremos juntos estas formas. ¿Qué notas en las propiedades de un cuadrado frente a las de un triángulo?

   ¿Cuántos lados tiene un hexágono? ¿Sabes contarlos y nombrarlos?

2. Experimentar con formas y propiedades

   ¿Puedes construir con triángulos una figura que también tenga cuatro lados? ¿Cómo?

   ¿Qué ocurre cuando intentas juntar dos triángulos? ¿Puedes darles otra forma?

3. Debate sobre la simetría y los patrones

   Observa este patrón formado por cuadrados y triángulos. ¿Puedes identificar los elementos que se repiten?

   ¿Puedes crear una forma simétrica utilizando sólo círculos y cuadrados?

4. Exploración de formas tridimensionales

   Exploremos estas formas tridimensionales. ¿Qué diferencias hay entre un cubo y una esfera?

   ¿Cuántas caras tiene una pirámide? ¿Sabes contarlas y nombrarlas?

5. Análisis de las propiedades de las formas

   ¿Qué formas crees que pueden rodar? ¿Puedes explicar por qué?

   ¿Qué hace que una forma sea "regular"? ¿Puedes encontrar ejemplos de formas regulares en tu entorno?

6. Relacionar las formas con el mundo real

   ¿Puedes encontrar ejemplos de formas geométricas en clase o en casa? Hablemos de sus propiedades.

   ¿Qué papel desempeñan las formas en las estructuras que vemos a nuestro alrededor, como edificios o muebles?

7. Fomentar la exploración creativa

   Crea una forma única utilizando combinaciones de otras formas. ¿Cómo puedes combinar formas para crear algo nuevo?

   ¿Puedes inventar una nueva forma tridimensional? ¿Qué propiedades tendría?

Co-funded by the European Union

El objetivo de esta actividad ampliada es que los niños exploren, piensen críticamente y comprendan mejor las formas geométricas y sus propiedades en un entorno de aprendizaje dinámico e interactivo.

Descubrir patrones geométricos a través de la construcción

Esta actividad invita a los niños a una exploración práctica de patrones geométricos mediante la construcción de estructuras utilizando diversos manipulativos. La sesión comienza con un breve debate sobre los patrones, la simetría y el uso de formas en la construcción.

Cada niño recibe un conjunto de materiales de construcción, como bloques de madera, fichas magnéticas o cubos entrelazados. El animador dispone los materiales en estaciones accesibles, asegurándose de que haya una amplia gama de formas -cuadrados, rectángulos, triángulos y hexágonos- disponibles para su exploración.

Los niños participan en la construcción de patrones geométricos, reproduciendo y ampliando patrones dados o creando los suyos propios. El animador les anima a experimentar con diseños simétricos, alternando formas y creando secuencias que se repiten o crecen progresivamente, y plantea preguntas que invitan a la reflexión para profundizar en su comprensión. Se anima a los niños a que articulen las reglas que rigen sus patrones, discutan la simetría, exploren la relación entre las formas e identifiquen secuencias dentro de sus diseños.

Indicaciones y preguntas orientativas

1. Patrones de reproducción

   ¿Puedes recrear este patrón usando diferentes formas?

   ¿Cuántas veces se repite el patrón?

   ¿Puedes extender este patrón para que cubra un área más grande? ¿Puedes hacerlo más largo, más ancho?

2. Creando diseños simétricos:

   ¿Puedes construir un patrón que sea simétrico a lo largo de una línea?

   ¿Cómo puedes reflejar esta forma para crear simetría?

   ¿Puedes hacer que el lado izquierdo de tu patrón coincida con el lado derecho?

3. Experimentando con secuencias

   ¿Qué sigue a continuación en tu secuencia de patrones?

   ¿Puedes crear una secuencia que crezca añadiendo una forma más cada vez?

   ¿Cómo puedes cambiar la secuencia para duplicar el número de formas cada vez?

4. Identificar relaciones entre formas

   ¿Cómo decides qué forma viene después de otra en tu patrón?

   ¿Puedes crear un patrón donde cada forma tenga la mitad del tamaño de la anterior?

   ¿Qué sucede si rotas o volteas las formas en tu patrón?

5. Fomentar la variación y la complejidad

SMEM
Co-funded by the European Union

¿Puedes modificar tu patrón para incluir más formas?

¿Qué pasa si combinas diferentes formas en tu patrón?

¿Cómo puedes hacer que tu patrón sea más complejo?

6. Discutiendo las propiedades del patrón

   ¿Qué notas sobre los ángulos o lados de las formas en tu patrón?

   ¿Cuántos lados tienen tus formas? ¿Afecta tu patrón?

   ¿Puedes explicar la simetría o repetición que usaste en tu diseño?

La actividad fomenta un entorno colaborativo donde los niños comparten sus patrones, lo que permite a sus compañeros identificar reglas subyacentes y ampliar las secuencias de forma colaborativa. El facilitador fomenta la experimentación, desafiando a los niños a crear patrones más complejos y explorar variaciones.

Hacia el final se desarrolla una sesión de reflexión. Los niños muestran sus creaciones, explican los patrones que han construido y discuten la simetría, la repetición y las propiedades geométricas observadas. El facilitador guía las discusiones sobre los principios matemáticos detrás de sus patrones.

A medida que la sesión llega a su fin, se anima a los niños a llevarse a casa sus objetos manipulables, lo que les permite explorar de forma continua los patrones geométricos. El facilitador comparte sugerencias para practicar la creación de patrones en casa, fomentando un interés continuo en conceptos geométricos.

SMEM Co-funded by the European Union

Co-funded by
the European Union

El proyecto SMEM está cofinanciado por el programa ERASMUS+ de la Unión Europea, y se ejecutará de enero de 2022 a enero de 2024. Esta publicación refleja las opiniones de los autores, y la Comisión Europea no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información aquí difundida.
[Project Code: KA220-BE-21-24-32460]

IMAGINARY
open mathematics

mathematikum
Mathematik zum Anfass

FERMAT SCIENCE
Une autre idée des maths

CITIZENS
IN POWER

mmaca
Museu
de Matemàtiques
de Catalunya

Co-funded by
the European Union