Manual PR3

Més investigacions

Co-funded by the European Union

Índex de continguts

Aquest MANUAL es va crear en anglès com a treball conjunt de tots els socis del projecte.
Hi ha traduccions a l'espanyol, alemany, francès, serbi, català i grec.

Co-funded by the European Union

Introducció

Les matemàtiques són fonamentals en les assignatures STEM i vitals per fomentar l'interès científic entre els joves. El nostre projecte, SMEM (Significant Mathematics for Early Mathematicians), adopta un enfocament polifacètic. Té com a objectiu innovar els mètodes d'ensenyament de les matemàtiques, reduir les bretxes de gènere en els camps STEM, conrear diverses habilitats i promoure una imatge positiva de les matemàtiques. Està adreçat a nens de tres a vuit anys, educadors i aquells interessats en combinar les matemàtiques amb el joc. En abordar l'educació de manera informal, l'esperit del projecte se centra en "Ells aprenen a mesura que guiem", fomentant un cicle d'aprenentatge vivencial: pràctic, ment, cor i xerrada.

Els manuals dels productes expositius PR1 i PR2 del projecte SMEM ofereixen una informació completa per organitzar tant les exposicions com les activitats previstes que poden fer ús d'aquests materials. Els manuals inclouen objectius, continguts, dinàmiques, interconnexions i molt més; oferir una proposta pedagògica holística a partir de la nostra experiència i coneixements en la creació d'activitats i formats innovadors. Al llarg del procés, ens hem trobat repetidament amb reptes bàsics dins de l'educació matemàtica, que van des de complexitats de contingut i llenguatge fins a la interacció entre la manipulació física o virtual, l'elaboració de conceptes i l'estimulació d'habilitats. Aquest viatge també ens va impulsar a explorar la sinergia potencial entre les activitats pràctiques i virtuals.

Amb aquest manual, Més exploracions, volem continuar la conversa encesa entre els socis del projecte i els professors que van trobar la nostra proposta prou interessant com per provar-la amb els seus alumnes.

Hem agrupat les exposicions a SMEM en cinc temes clau per al desenvolupament del pensament matemàtic. Cada tema es desenvolupa en un capítol separat, i ofereix una reflexió més profunda sobre el tema, que serà enriquidora per a l'educador. També oferim activitats i pistes complementàries que es poden utilitzar per crear mini-exposicions o tallers temàtics, centrats en el desenvolupament d'aquest aspecte específic del pensament matemàtic. Els cinc temes són:

- Equilibri
- Miralls I simetries
- Omplir formes
- Observació I comptes
- Camins

A més, hem inclòs un darrer capítol:

- Exemple de taller basat en els materials del projecte SMEM

De la mateixa manera que les nostres exhibicions tenen com a objectiu fomentar una experiència de descobriment alegre i estimulant per als estudiants, estem segurs que les reflexions matemàtiques i pedagògiques contingudes en aquest manual oferiran una oportunitat semblant perquè els nostres col·legues docents participin en investigacions educatives individuals.

SMEM Co-funded by the European Union

Per mantenir aquest paral·lelisme, així com pretenem enriquir el potencial evolutiu de les activitats proposades als estudiants que no són els típics beneficiaris de l'educació matemàtica tradicional (sovint percebuda com a exclusiva per a ments poderoses i ben estructurades), creiem que les reflexions dels professors Treballar diàriament en aquesta etapa educativa crucial té un valor extraordinari i eleva la dignitat de la nostra professió.

SMEM
Co-funded by the European Union

Equilibri

L'equilibri i l'equiparació són aspectes fonamentals en el desenvolupament d'un mateix (aixecar-se, coordinar el propi cos) i també en l'evolució d'una intuïció del món físic, no només com a formes geomètriques sinó també com aquestes formes reaccionen en el món físic i en particular amb la gravetat.
Un desafiament important per als infants rau en connectar conceptes matemàtics abstractes, com ara formes geomètriques i mitjanes numèriques, amb esdeveniments tangibles, com aconseguir l'equilibri perfecte en els objectes. En un nivell més profund, resideix la idea fonamental que les matemàtiques es poden fer servir per explicar el món físic i servir com a llenguatge per a totes les ciències. Aquest pensament no es pot ensenyar explícitament a les edats primerenques a què ens dirigim aquí (els nens necessitaran assolir una certa maduresa en les ciències abans de comprendre aquestes consideracions filosòfiques), però l'equilibri i l'equiparació són un tema excel·lent per començar a induir aquesta idea als nens.
La noció fonamental relacionada amb l'equilibri és la de baricentre. Els nostres mòduls ofereixen múltiples experiments dissenyats per revelar la correlació entre la mitjana matemàtica i la física de l'equilibri. Els mestres poden fer servir aquests experiments, adaptant l'orientació segons l'edat i la familiaritat dels infants. Els nens grans poden proposar les seves hipòtesis, cosa que permet als professors orientar i perfeccionar-ne la comprensió.

Antecedents

El baricentre, també anomenat centre de massa o de gravetat, representa un punt geomètric associat a formes bidimensionals, estenent-se a sòlids tridimensionals. Es pot definir purament en termes geomètrics, però també té una interpretació física que podem utilitzar per guanyar intuïció. Geomètricament, el baricentre denota la posició mitjana de tots els punts dins de la figura, considerant simplement la seva forma.
Físicament, el baricentre és la posició on obtindríem una massa puntual concentrada equivalent a la massa de la figura que considerem. Per ser més precisos, si apliquem una força en aquest punt, el cos pateix una acceleració lineal sense força de rotació. Aquesta definició utilitza el concepte físic de massa i indirectament fa referència a forces com la gravetat.
Aquesta definició física és probablement amb què estem més familiaritzats. Es relaciona amb la idea d'equilibrar. Suposem que una figura plana té una forma física (com un perfil tallat a una làmina de fusta). Després podem intentar equilibrar l'objecte sobre un dit. Hi ha un punt singular, el baricentre, on es pot assolir l'equilibri. Per definició, la gravetat actua sobre la figura com si s'apliqués al baricentre (per descomptat, en realitat, la gravetat s'aplica a tots els àtoms que formen la forma). Si la força de suport del nostre dit és al mateix punt, llavors les dues forces anul·len i mantenen l'equilibri de la forma.
Un altre mètode consisteix en sostenir l'objecte verticalment per la vora i traçar una línia cap avall des del punt d'equilibri, marcant el baricentre en aquesta línia. Repetir aquest procés amb altres punts crea línies que es creuen que assenyalen el baricentre, ja que la gravetat l'empeny cap avall per col·locar-lo el més baix possible.

SMEM
Co-funded by the European Union

Les figures matemàtiques com ara triangles, rectangles o cuboides tenen punts d'equilibri geomètricament construïbles. Per exemple, en un triangle, el baricentre està a la intersecció de les medianes (veurem per què). Aquesta construcció, però, es basa en la definició geomètrica.
Amb dues definicions diferents del baricentre (geomètric i físic), busquem establir-ne l'equivalència a través d'un argument o prova convincent.
Amb la definició del baricentre com la posició mitjana de tots els punts de la forma, sostenim que col·locar una forma a sobre del seu baricentre garanteix l'equilibri horitzontal.
Per il·lustrar, imagineu cada punt de la forma com una petita partícula amb pes, similar a boletes diminutes. De mitjana, per cada partícula darrere del punt d'equilibri, n'hi ha una al davant, equilibrant els parells de dreta a esquerra. Aquests parells col·lectivament compensen i estableixen l’equilibri global.
El concepte central gira al voltant de la noció de mitjana. La intuïció subjacent és que una mitjana serveix com a valor representatiu d'un conjunt de valors. Això s'aplica no només a dades numèriques, com ara alçades, pesos o moneda, sinó que també s'estén a valors posicionals, que en un context pla requereixen dues coordenades.
Podem començar explorant la mitjana de números, comunament conegut com a mitjana aritmètica. Per a dos nombres, indicats com a i b, la mitjana, representada com a L, es calcula com la suma de a i b dividida per dos, expressada com

$$L = \frac{a+b}{2}$$

Aquest nombre L posseeix propietats específiques: és equidistant tant de “a” com de “b”. D’una manera més intrigant, la distància (amb signe) de L a i b suma 0. De manera demostrativa,

(L-a) + (L-b) = (a+b)/2-a+(a+b)/2-b=0.

Imagineu una barra infinita sense massa col·locada al llarg de la línia de nombres reals, amb masses unitàries fixades en les posicions a i b. Per aconseguir un equilibri, necessitem col·locar el punt de suport precisament al punt mitjà L. Curiosament, l'equilibri de la vareta romandria sense canvis ja sigui que porti dues unitats de massa a les posicions a i b o una sola massa de dues unitats ubicades únicament al punt L.

El mateix principi s'aplica a tres números. La mitjana, denotada com a L=(a+b+c)/3, manté que la suma de les seves distàncies (amb signe) a aquests tres números és igual a zero. Considereu l'exemple amb 2, 5 i 11, on la mitjana és L=(2+5+11)/3=6, i les distàncies se sumen a (6-2)+(6-5)+(6-11)=0.

Imagineu una vareta graduada sense massa i amb masses unitàries col·locades a les marques 2, 5 i 11. Per aconseguir l'equilibri, el punt de suport s'alinearia amb la marca en 6. Curiosament, el punt de suport experimentaria la mateixa força d'aquestes tres masses que ho faria a partir d'una sola massa de tres unitats ubicades a la marca 6. Aquest principi és vàlid per a qualsevol nombre de nombres reals.

A l'escenari de punts en el pla, el concepte continua sent similar; Treballem amb dues coordenades per a cada punt. Per a un conjunt de punts al pla, diguem $A=(x_A,y_A)$, $B=(x_B,y_B)$, $C=(x_C,y_C)$, la posició mitjana d'aquests tres punts és un punt amb coordenades que són les mitjanes numèriques dels seus respectius components: $L=((x_A+x_B+x_C)/3 ,(y_A+y_B+y_C)/3)$.

Podem calcular la mitjana de posicions per a qualsevol nombre finit de punts al pla.

SMEM Co-funded by the European Union

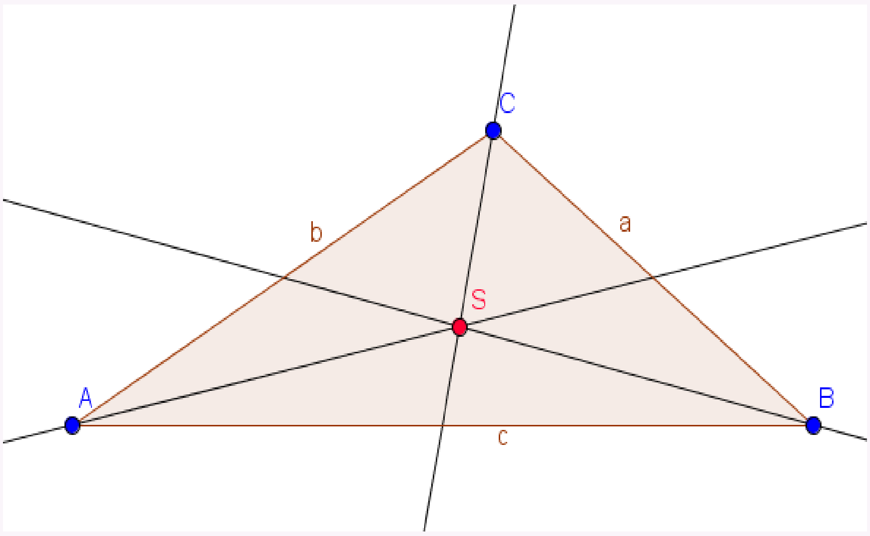
En realitat, el mòdul virtual *Baricentre* ho fa exactament per trobar el punt d'equilibri d'una figura dibuixada: compila una llista de píxels que constitueixen la forma i calcula la mitjana de les seves coordenades x e y. Matemàticament, això continua sent una aproximació, ja que les formes es componen de punts, no de píxels, que són infinitament petits. El càlcul ofereix la interpretació infinitesimal d'aquest procés de mitjana, involucrant-ne una integral com a límit d'aquesta suma.

Observem que diversos conjunts de números poden produir mitjanes idèntiques. Específicament, calcular mitjanes parcials permet reduir la nostra llista de números. Per exemple, la mitjana de 2, 5 i 11 és igual a la mitjana de 2, 8 i 8, que també és igual a la mitjana ponderada de 2 i 8 amb pesos ⅓ i ⅔. A saber,

$$(2+5+11)/3=(2+8+8)/3=2 \cdot \tfrac{1}{3}+8 \cdot \tfrac{2}{3}=6$$

El mateix s'aplica als punts al pla, quant a coordenades. Podem substituir dos punts per un de sol al seu baricentre (punt mitjà), sempre que aquest punt tingui la massa combinada dels inicials. D'això en direm principi de substitució: Podem substituir seccions d'una figura pel baricentre, assignant a aquest punt un pes corresponent a la seva àrea proporcional. Més endavant es presentarà una il·lustració.

Una observació interessant sorgeix en considerar tres punts en el pla: el baricentre de tres masses puntuals idèntiques ubicades a les posicions A, B i C coincideix amb el baricentre del triangle (complet) format per aquests vèrtexs. Tingueu en compte que aquest últim implica un nombre infinit de punts, mentre que el primer implica només tres. A més, aquest baricentre es troba en la intersecció de les tres medianes del triangle, els segments que uneixen un vèrtex amb el punt mitjà del costat oposat.



Demostrem això usant el principi de substitució. Considerant els vèrtexs B i C, podem reemplaçar ambdues masses amb una sola massa de dues unitats ubicades al punt mitjà de B i C. Això dona com a resultat un sistema compost per una massa unitària a A i una massa de dues unitats a (B +C)/2. La combinació d'aquestes masses produeix una sola massa que pesa tres unitats i està ubicada a la mitjana ponderada de les dues ubicacions, és a dir, $1/3 \cdot A + 2/3 \cdot (B+C)/2 = (A+B+C)/3$. També demostra que el baricentre es troba a 2/3 de la longitud de la mitjana. Per simetria, les tres mitjanes tenen la mateixa propietat i, per tant, totes tres han de creuar-se al baricentre.
Aplicant el mateix principi de substitució al triangle sòlid, descomponem la superfície del triangle ABC en segments paral·lels al costat BC, cadascun dels quals s'assembla a una vareta amb densitat lineal uniforme. En substituir cada vareta per una massa situada al punt mitjà (ja que el baricentre

SMEM
Co-funded by the European Union

d'un segment coincideix amb el punt mitjà) es condensen tots els segments en punts alineats al llarg de la mitjana que passa per A. En conseqüència, el baricentre global combina tots aquests punts alineats al llarg de la mitjana, confirmant la presència en algun lloc al llarg de la mitjana.

Per simetria també resideix al llarg de les altres dues mitjanes, coincidint així amb el punt d'intersecció de les tres mitjanes, cosa que confirma que és el mateix punt que identifiquem anteriorment.
Podem utilitzar aquesta propietat dels triangles per determinar mètodes per calcular el baricentre. Considereu una forma poligonal: una figura delimitada per segments rectes. És possible descompondre aquest polígon en triangles, procés conegut com a triangulació. Fes una triangulació i calcula el baricentre i l'àrea de cada triangle. Després podem calcular el baricentre de la forma poligonal mitjançant substitució. Reemplaceu cada triangle amb el vostre baricentre, assignant pesos en funció de les seves respectives àrees. Finalment, fes la mitjana ponderada (finita!) de les posicions dels baricentres del triangle, considerant les seves àrees com els pesos.

Mòduls relacionats amb el baricentre

Dins del projecte SMEM, quatre mòduls exploren el concepte de baricentre. Podeu combinar-los per crear una sessió temàtica sobre el tema, amb la flexibilitat de fer-los servir de forma simultània o seqüencial, cosa que permet als nens explorar i comprendre les relacions entre cada exhibició.

Balancí

El balancí demostra una relació clara entre els dos braços: un s'eleva i l'altre cau. Inicialment buit, el centre de gravetat es troba sobre la barra de fusta. En carregar, el centre de gravetat es desplaça cap al costat carregat, provocant un desequilibri i una inclinació.

Generalment, la primera suposició serà que l'equilibri s'assoleix amb el mateix pes a banda i banda. S'insta els nens a equilibrar el balancí, iniciant discussions sobre el concepte d'equilibri, el delicat moment en què els dos braços no estan completament aixecats ni baixats, sinó col·locats a la meitat del camí. Aquest equilibri inestable impulsa l'educador a guiar el nen a l'exploració del que fa que aquesta configuració sigui única.

Inicialment, el nen pot suposar que l'equilibri s'aconsegueix quan hi ha pesos iguals a banda i banda. A través de l'experimentació descobreixen la importància de la distància del pes des del punt de suport. Es fa evident que per equilibrar; el pes més pesat ha d'estar més a prop del medi mentre que el pes més lleuger ha de romandre més lluny. Els nens petits poden descobrir principis simples, com "col·locar un pes al doble de la distància per compensar la meitat de la massa". Els nens grans poden fins i tot descobrir la llei de la palanca.

Introduir més de dos pesos al balancí pot millorar encara més la comprensió. La incorporació de marques al balancí, que indiquen valors negatius i positius juntament amb zero al punt de suport, ajuda a descobrir que l'equilibri es produeix quan la suma de les distàncies ponderades (és a dir, la suma dels productes dels pesos per la distància amb signe) és igual a zero: una realització assolible amb una mica de reflexió i temps.

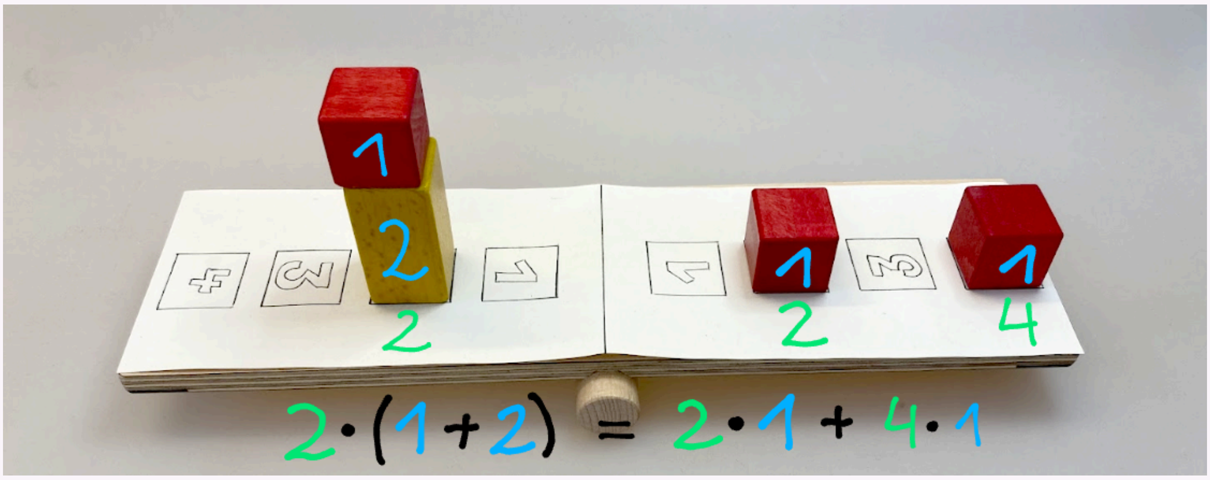
SMEM
Co-funded by the European Union

Activitats de seguiment

La primera activitat sorgeix naturalment quan els nens ràpidament col·loquen maons al braç de palanca a la recerca de l'equilibri. Suggerir l'ús d'un nombre limitat de maons (per exemple, tres o quatre) fomenta una comprensió intuïtiva dels principis subjacents.

Per a la segona activitat, es col·loquen maons de diversos colors a costats oposats del balancí per aconseguir l'equilibri. És de crucial importància col·locar diferents maons en marques numèriques idèntiques (per exemple, ambdós costats a la marca 2). Aquest experiment permet als nens adonar-se que els maons més grans són més pesats que els més petits.

Un tercer desafiament consisteix a col·locar cuboides a diverses marques numèriques al llarg dels braços de palanca per establir l'equilibri. En assignar al maó més petit un valor d'una unitat i als maons més grans valors de dues i quatre unitats respectivament, podríem assolir l'equilibri seguint aquesta regla: El producte del nombre d'unitats i el nombre sobre el qual es col·loquen els maons ha de ser igual a banda i banda del braç de palanca. Per exemple, col·locar el maó de quatre unitats al número 1 i el maó de dues unitats al número 2 aconsegueix l'equilibri.



Buscant un equilibri

En aquest mòdul, els nens tenen la tasca d'equilibrar formes sobre la vora superior d'una paret. Després d'una mica d'experimentació, podrien assolir l'equilibri sense esforç. Algunes formes exhibeixen simetria central: cada punt de la forma s'alinea diametralment amb un altre al voltant d' un centre fix, equivalent a una rotació de 180 graus. En aquest cas, el baricentre s'alinea amb el centre de simetria i, si es col·loca sobre la paret, divideix la forma en dues meitats iguals (mateixa àrea, mateixa forma, girada 180 graus), equilibrant la figura. Tot i això, aquesta no és una situació general i s'ha d'animar els nens a jugar amb formes no simètriques.

Després, els educadors poden generar debats sobre què fa que aquesta posició sigui única i si d'alguna manera és especial. Inicialment, els nens podrien suposar que per aconseguir l'equilibri es necessita una àrea igual a banda i banda de la paret, la qual cosa és incorrecte. En el mòdul del balancí, cal destacar que ambdós braços no requerien el mateix pes; en canvi, els ajustos en la distància al punt de suport van ser influents. Assolim l'equilibri quan ambdós braços posseeixen un apalancament idèntic, determinat pel producte del pes i la distància al punt de suport.

Aquí, la configuració s'assembla a una palanca, amb una part de la forma a cada costat de la paret (punt de suport). El pes a cada regió correspon a la seva àrea, però quines són les longituds dels braços? La distància entre el baricentre de la regió (que es troba usant eines com *Creació de*

smem
Co-funded by the European Union

paraigües o l'aplicació *Baricentre*) i el segment de contacte determina la longitud del braç. Podem aconseguir l'equilibri quan les dues regions tenen el mateix “apalancament” (àrea multiplicada per la longitud del braç), precisament quan el baricentre global descansa sobre el segment de contacte damunt la paret.

En resum, la forma assoleix l'equilibri si i només si el segment que toca la paret conté el baricentre de la forma. Un experiment pot il·lustrar això: col·locant la forma en equilibri a la paret, introdueix una petita moneda entre la forma i la paret en un punt final del segment de contacte. La forma manté l'equilibri, descansant ara sobre dos punts: la moneda i l'extrem oposat del segment. En moure la moneda gradualment (amb l'ajuda d'una regla o una altra eina plana) cap a l'extrem oposat, la forma s'equilibra precisament damunt la moneda quan assoleix el baricentre de la forma. Pot provar aquesta propietat utilitzant una forma transparent de l'exposició Creació de paraigües amb un baricentre marcat prèviament identificat per l'aplicació.

Activitats de seguiment

Com a continuació del mòdul, s'ofereixen diverses activitats atractives per a l'aula. Els infants poden buscar a l'aula objectes que puguin equilibrar o fer una recerca d'objectes amb formes similars en el seu entorn. Un altre repte consisteix a reproduir aquests objectes en paper, retallar les formes i col·locar-les sobre figures de plàstic, cosa que provoca una recerca per restablir l'equilibri. Dibuixar una línia en el paper on l'objecte s'equilibra ajuda a comprendre el punt d'equilibri. Per aprofundir en el tema, es poden examinar les figures a la recerca de simetria. Un últim exercici consisteix a equilibrar una vareta (per exemple, una escombra) amb les dues mans. Es pot trobar fàcilment el centre de gravetat si es col·loca una vareta sobre dos dits, un de cada mà, i s'ajunten gradualment ambdues mans. Sorprenentment, la vareta es manté en equilibri. Ajuntant els dits, localitzes el centre de gravetat de la vareta.

Creació de paraigües & Baricentre

Les aplicacions *Creació de paraigües* i *Baricentre* estan estretament relacionades. La primera està dissenyada per al seu ús independent en una exposició, i presenta una interfície més senzilla adaptada als nens més petits. En canvi, *Baricentre* amplia la funcionalitat de la primera, oferint les mateixes funcions i opcions més complexes. Aquesta versió avançada és més adequada per a infants grans i un ús guiat amb un educador.

Creació de Paraigües demana equilibrar una fulla horitzontalment damunt d'un pal, formant un paraigua. A través de l'aplicació en una tauleta, els nens poden dibuixar fàcilment figures senzilles, en particular fulles, i visualitzar el seu centre de gravetat a l'instant. Col·locar la fulla amb aquest punt damunt del pal garanteix l'equilibri. Les fulles transparents poden ajudar a dibuixar, i un mètode empíric -equilibrar manualment les fulles per descobrir el baricentre- pot comparar-se amb el baricentre calculat amb l'aplicació.

L’aplicació *Baricentre* permet als usuaris dibuixar diverses formes en una tauleta, explorant el baricentre compartit de múltiples formes al costat de baricentres individuals. Els nens poden triar formes preconfigurades o deixar volar la seva creativitat dibuixant les seves pròpies formes.

Activitats de seguiment

Els infants poden participar en una activitat pràctica dibuixant una forma petita a la tauleta i reproduint tant la forma com el seu baricentre en un tros de paper. Un cop dibuixada, la forma queda bloquejada a la tauleta, de manera que en tocar la pantalla no s'esborra la forma fins que es

SMEM
Co-funded by the European Union

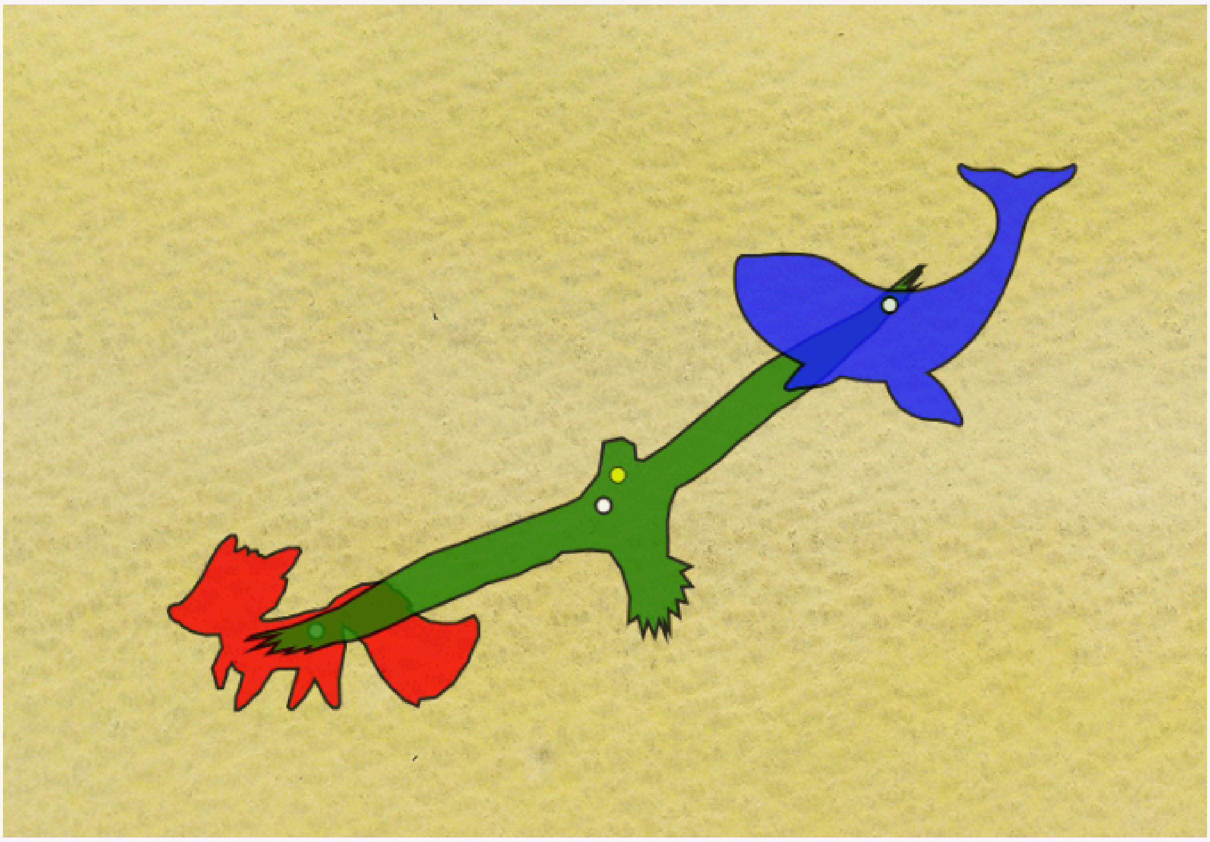
pitja el botó del llapis. En ajustar la tauleta a la brillantor màxima, és possible traçar el perfil en un tros de paper col·locat damunt la tauleta.

Anima els nens a tornar a dibuixar la mateixa forma lleugerament més gran, mantenint una distància constant entre el dit/estil i les vores de la forma. Si es comparen els baricentres de les dues formes, es veurà que són idèntics.

Per explorar més a fons, es poden suspendre diversos objectes en un pal o en un dit. Per exemple, equilibrar un plat en un pal de fusta, que recorda els trucs de circ, o fer girar una pilota de bàsquet en un dit. En els primers intents, es pot utilitzar una vareta més gruixuda per millorar l'equilibri i, a mesura que els nens adquireixin experiència, anar utilitzant varetes més fines.

Amb l'aplicació *Baricentre*, els nens poden construir un mòbil de bressol físic, compost per tres formes planes equilibrades horitzontalment. Els professors poden preparar plantilles per retallar i els nens poden muntar el mòbil amb pegat i corda. També poden dissenyar les seves formes i guardar-les en un arxiu PDF que el professor imprimeix perquè els nens construeixin el seu propi mòbil de bressol.

Suggerim utilitzar la següent estructura: Una forma allargada, com un ocell amb les ales esteses. Altres dues formes poden ser qualsevol cosa (per exemple, animals diferents). La forma allargada es penja del sostre mitjançant una corda. Les altres dues formes pengen de la forma allargada mitjançant cordes, separades per una distància (per exemple, a les puntes de les ales). Les tres formes mantenen l'equilibri horitzontal. Utilitza l'aplicació per dissenyar les formes i els baricentres marcats per trobar els llocs adequats per fixar les cordes.



Co-funded by the European Union

Lligam amb el Currículum

El tractament de les oportunitats d'aprenentatge sobre l'equilibri i el tema del baricentre afavoreix la capacitat d'estimar millor quantitats, àrees i distàncies i de classificar-les en sistemes.

Aquí es fomenten competències matemàtiques relacionades amb els processos, com la comunicació, la representació, la resolució de problemes, l'argumentació, però també la modelització.

Competències com la comparació correcta d'àrees, figures i masses, la formulació i comprovació de suposicions i el desenvolupament d'un bon domini de les quantitats es troben en l'examen de les àrees d'equilibri i centre de gravetat.

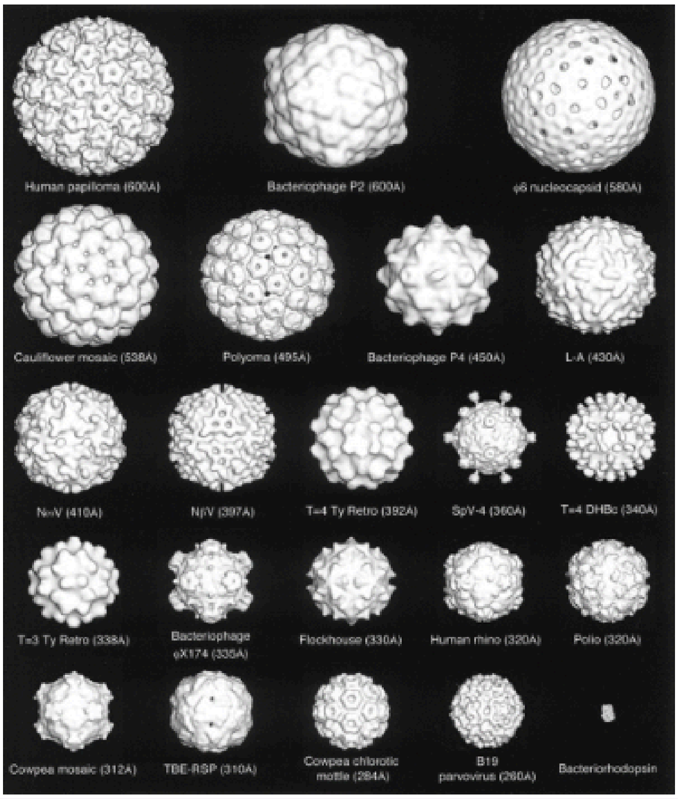
El rerefons teòric exposat al principi d'aquesta secció excedeix els requisits de contingut dels plans d'estudis habituals de geometria i matemàtiques en el marc d'edat al qual van dirigits (3-8 anys) i, en general, no es contempla en la formació dels professors de llar d'infants -o de primària-, almenys no a Alemanya. No obstant això, proporcionarà un coneixement més ampli molt valuós per a l'educador, que podrà decidir com exposar els infants a aquests conceptes. Aquesta exposició primerenca i vetllada a conceptes abstractes ocults després de jocs i activitats fomentaria el desenvolupament del pensament matemàtic en els infants. El contingut també es pot utilitzar en nivells superiors, com l'ensenyament secundari, introduint, per exemple, el càlcul bàsic, els límits, el càlcul vectorial (per exemple, el teorema de Green per calcular el baricentre), i més enllà.

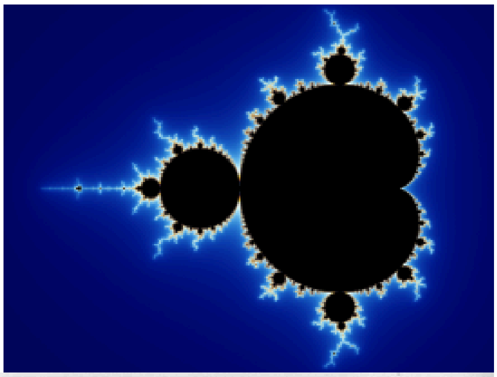
SMEM
Co-funded by the European Union

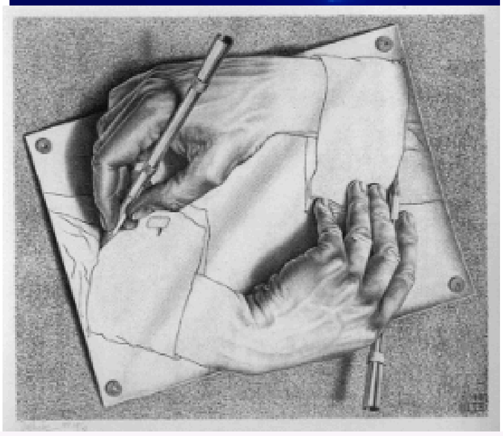
Miralls i Simetria

Conceptes relatius a la simetria

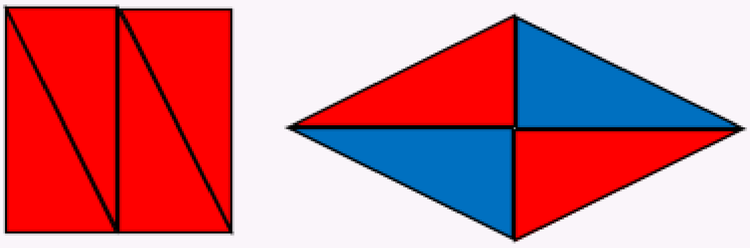
Pocs conceptes estan lligats a l'experiència humana com la simetria. Des dels més naturals i espontanis descobriments d'un nen petit (el seu cos, mans... mirall) a les vàries formes d’art: escultura, música, arquitectura, pintura, i les ciències: química, física, biologia i, òbviament, les matemàtiques.[1]







Aquí les elaboracions més complexes valen tant com el descobriment que pot fer una nena d'onze anys quan descobreix que no pot transformar un polígon en un altre només amb una translació o una rotació sinó que ha de sortir del pla per fer-ho. Una simetria!



[1] El 2019, en col·laboració amb la Fundació EduCaixa, el MMACA va organitzar un cicle de conferències on vam desenvolupar el concepte de simetria a través de la música, les arts plàstiques, el cinema, la literatura i el llenguatge museogràfic. https://cosmocaixa.org/ca/p/espejos-y-simetrias_c379563

Co-funded by the European Union

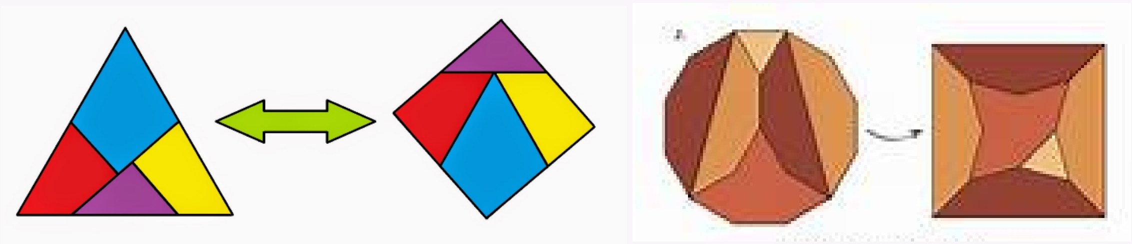
Un cop descoberta, la simetria passa a formar part de la nostra visió matemàtica, però tots hem estat testimonis de la dificultat que presenta per als més petits fer aquest petit gran pas i trencar la unió del full o el tauler i fer un meravellós salt mortal a l'espai.

La simetria és tan inherent al pensament humà que sovint representa l'enfocament principal per resoldre un problema.

Un bon exemple és el de l'equivalència de polígons mitjançant la descomposició i la recomposició dels seus components.

Exemple

Si des d'una visió ingènua, a priori, pot semblar més fàcil transformar un triangle que un dodecàgon en un quadrat (i viceversa), en realitat passa tot el contrari. És perquè la simetria guia la transformació del dodecàgon:

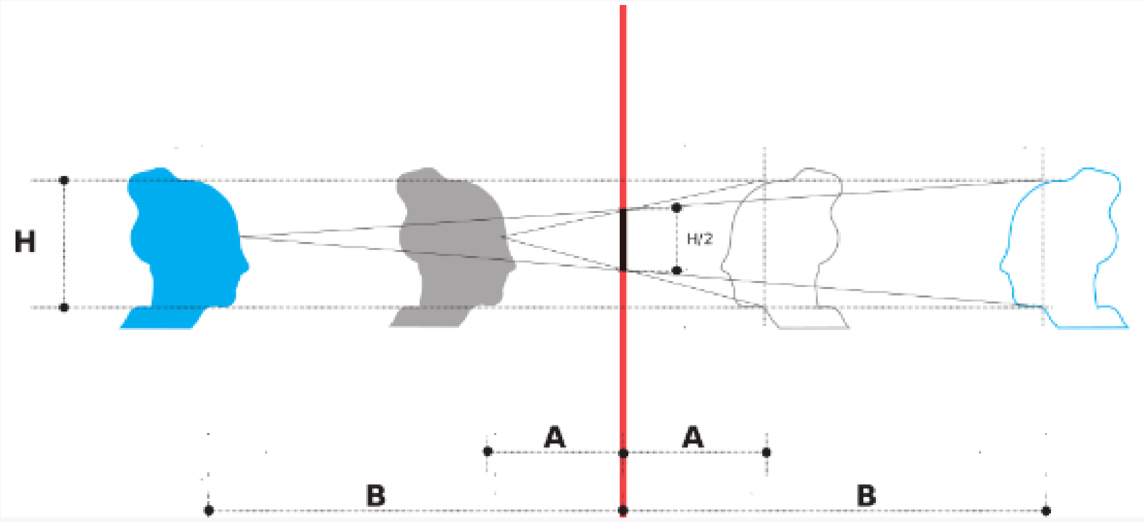


Quan les matemàtiques van decidir trencar amb el seu paper de disciplina àrida i abstracta i mostrar el seu aspecte més lúdic, més proper a les experiències quotidianes, la simetria, amb miralls i sense, va obtenir un espai rellevant en el context dels museus.

Bona part de l'exposició MateMilano i tota l'exposició MMACA de Castelldefels van estar dedicades a la simetria. Però les exhibicions de simetria, miralls i calidoscopis són part de totes les exhibicions científiques i tecnològiques als millors museus.

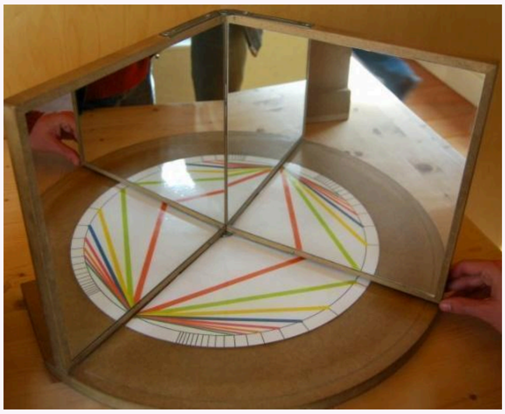
L'oferta pot variar des de la inquietant experiència del Laberint de Miralls del Tibidabo fins a fer reflexionar l'usuari sobre una experiència que sembla destrossar allò que creiem assumit. Hi ha un mòdul que convida els visitants a mesurar les dimensions del seu rostre reflectit en un mirall comú i corrent; després descobreixen que la imatge és la meitat de l'objecte (el seu rostre) i que la seva silueta no canvia quan la persona s'hi acosta o s'allunya del mirall. . Què passa?

SMEM
Co-funded by the European Union



La física explica el fenomen, però per acceptar-lo realment cal una mica de reflexió (joc de paraules) i una mica de temps dedicat a untar el mirall de casa amb la vora d'una pastilla de sabó o un retolador de pissarra.

La revelació següent arribarà a través d'un parell de miralls connectats al llarg d'un dels costats en forma de llibre que multiplicarà una moneda o el nombre de costats d'un polígon a mesura que varia l'angle entre els miralls.



El Llibre dels Miralls amb un angle interior de 90° distingeix la dreta de l'esquerra: col·loca't exactament al centre entre els miralls i toca l'orella amb la mà dreta. Quina mà feia servir la teva imatge? Ara, gira el llibre mentre encara hi siguis visible. Per què la teva imatge està cap per avall? I per quants graus vas girar al Llibre dels Miralls? 90º o 180º?

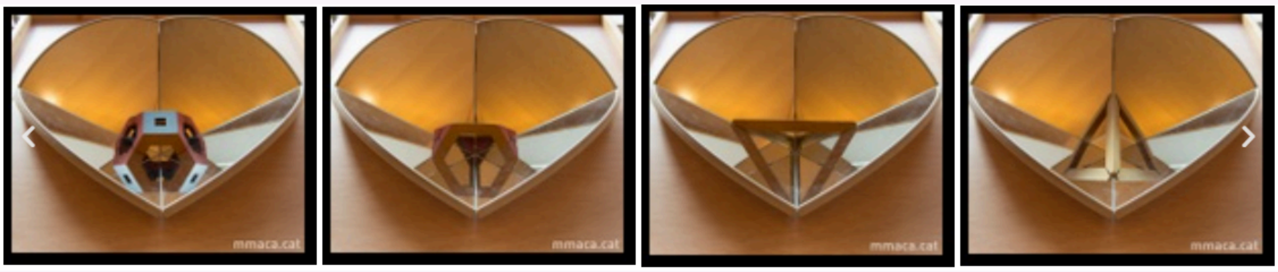
Entenem que un mirall es multiplica per dos, dos miralls per quatre i tres miralls es col·loquen per formar la vora interna d'un cub? Aprenem a seguir un camí reflectit en un mirall amb els dits. Endavant o enrere? Com moure el dit si la corba del camí es balanceja cap a l'esquerra?

Aprenem a dibuixar mosaics infinits entre miralls paral·lels i a no deixar-nos enganyar per les falses proporcions de l'habitació d'Ames.

.



SMEM
Co-funded by the European Union



Finalment, ens rendim davant els calidoscopis, on un segment genera els 20 triangles d'un icosaedre o, si es mou perpendicularment, els 12 pentàgons d'un dodecaedre. És una sublimació adequada d'una joguina, igual que va ser el telescopi de Galileu.

Enllaç al pla d'estudis

Abans de començar a explorar activitats relacionades amb la simetria, hem d’establir el concepte de composició i comparació de formes, que juga un paper fonamental en el pla d’estudis del primer cicle de matemàtiques. Aquest cicle, que involucra nens de 3 a 6 anys, és un període crucial de desenvolupament cognitiu i preparació per a un aprenentatge matemàtic més formal. Explorar i manipular formes geomètriques en els primers anys del jardí d’infants és essencial per establir les bases de la comprensió matemàtica.

En primer lloc, aquests alumnes s'anima a manipular i explorar diverses formes geomètriques (*Pattern Blocks*) d'una manera concreta. Aprenen a identificar aquestes formes al seu entorn quotidià, ja sigui a través de joguines, objectes o fins i tot elements arquitectònics. Aquest pas inicial familiaritza els joves alumnes amb formes bàsiques com cercles, quadrats, triangles i rectangles, però també a compondre'n algunes per dibuixar una altra forma: des d'un triangle regular fins a un rombe, un trapezi i un hexàgon.

A continuació, se'ls ensenya a anomenar aquestes formes, cosa que no només en reforça el vocabulari, sinó que sobretot mostra la utilitat de definir i fixar les característiques d'un objecte, condensar-les en un nom.

També aprenen a diferenciar les propietats de les formes, com ara reconèixer regularitats i patrons, i comparar dimensions: costats i superfícies. Aquest és un pas crucial en el desenvolupament de la capacitat per comunicar-se i descriure formes amb precisió.

La composició de formes geomètriques és una activitat pedagògica clau. Els alumnes comencen a crear composicions utilitzant aquestes formes bàsiques, cosa que desenvolupa el seu pensament espacial i la seva creativitat, estimulats encara més per la duplicació de les formes al mirall.

A la segona fase, el mirall es pot convertir en l'eina per dividir les formes en unitats més petites que es poden iterar regularment, si trobem l'eix o centre de simetria.

Representen passos per posar en diàleg dos enfocaments diferents: l'analògic basat en l'observació i l'analític basat en el reconeixement de variables i el desenvolupament d'estratègies.

Per a l'inici del cicle següent (de 6 a 8 anys), els alumnes continuen el seu aprenentatge matemàtic consolidant les bases sòlides adquirides al primer cicle. Aquesta fase inicial del segon cicle està marcada per una exploració més profunda de les formes geomètriques. Els estudiants, ara més familiaritzats amb quadrats, rectangles i triangles, poden anar més enllà. Comencen a acoblar

SMEM
Co-funded by the European Union

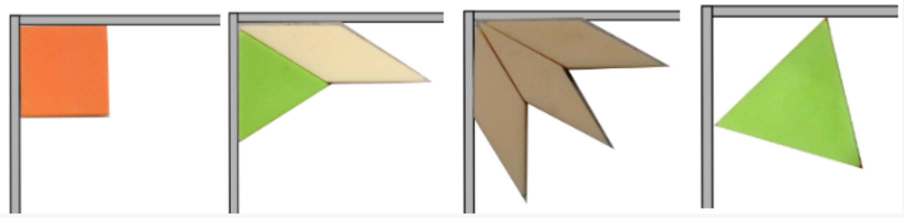
figures més complexes usant aquestes formes bàsiques com a peces d'un trencaclosques matemàtic, i la suma reemplaça el recompte.
Els alumnes continuen explorant i identificant relacions geomètriques, enfortint així la comprensió de la simetria i l'alineació en contextos concrets.
Finalment, la composició de figures geomètriques es connecta naturalment amb altres habilitats matemàtiques. Els estudiants comencen a comprendre els conceptes de perímetre i àrea quan treballen amb figures planes (el concepte de baricentre és un pas adequat, consulteu el capítol sobre Equilibri), millorant la seva comprensió general de les matemàtiques i la seva capacitat per resoldre problemes de manera integral i transformar la regularitat a fórmules.

Mòduls del projecte SMEM relacionades amb la Simetria

Flors de Primavera

Podeu dibuixar diferents formes col·locant blocs de patrons davant d'un llibre de miralls amb un angle interior de 90º.

És lògic que només encaixin entre els miralls aquelles formes que soles o juntes formen angles rectes; en altres casos, apareixeran zones buides a l'estructura, que es reproduiran simètricament.



L'activitat podria consistir a guiar els alumnes perquè repliquin formes progressivament desafiadores que es mostren al tauler o encoratjar-los a idear estructures originals de la seva pròpia creació. La reflexió esdevé imprescindible, propiciant una anàlisi basada en el coneixement dels continguts propis de cada etapa escolar, considerant els angles, la composició de les figures (assenyalant la igualtat dels seus costats), explorant la relació entre diferents àrees, etc.

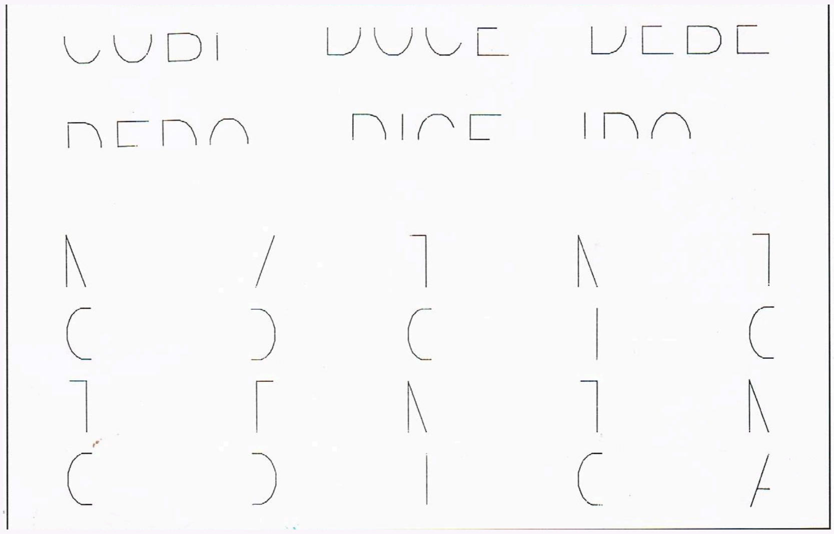
Una altra habilitat avançada és identificar la simetria en formes determinades.

Una activitat fascinant però impactant emocionalment amb un impacte emocional tan poderós que has de meditar és prendre't una *selfie* amb la càmera alineada paral·lela a la cara i després duplicar cada meitat de la cara amb un mirall. Aquest exercici planteja la pregunta: És el nostre rostre realment simètric?

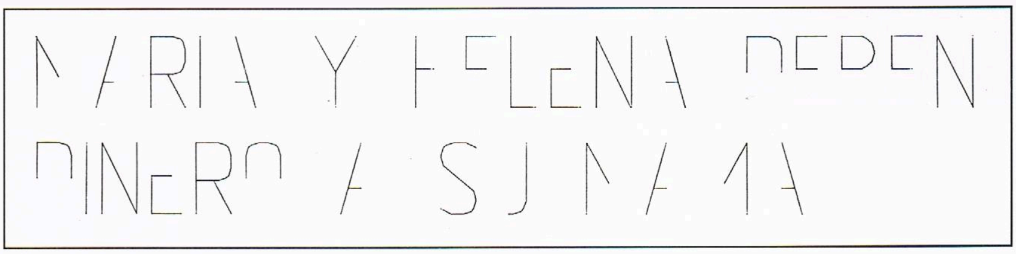
Co-funded by the European Union

Una altra investigació més podria ser estudiar la simetria de les lletres majúscules.

Aquí hi ha alguns exemples amb paraules en espanyol al mirall, però una tasca fàcil per als seus alumnes podria ser trobar paraules en el seu propi idioma que puguin llegir usant un mirall

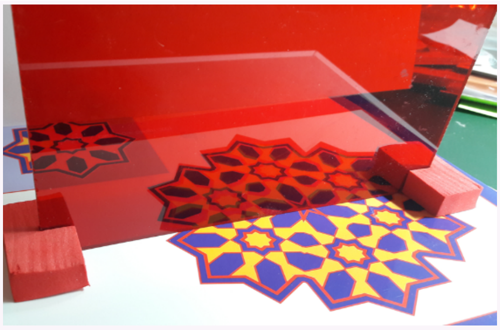


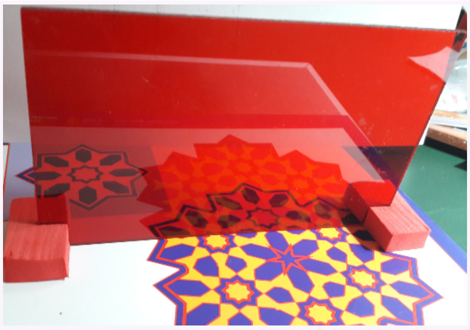
I aquí teniu un missatge secret (en castellà).



La simetria dels polígons pot donar lloc a activitats atractives, progressant en complexitat, com buscar la porció mínima que, amb l'ajuda d'un o dos miralls, permet reconstruir tota la figura.

Les eines que ajuden a aquestes activitats d'exploració de la simetria inclouen el Mira (a la foto) i el *Georeflector*. Són làmines de plàstic semitransparents. Col·locats sobre una figura, revelen la meitat "amagada" de manera transparent i parcialment reflectida. El descobriment de l'eix de simetria es produeix quan les dues meitats s'alineen.



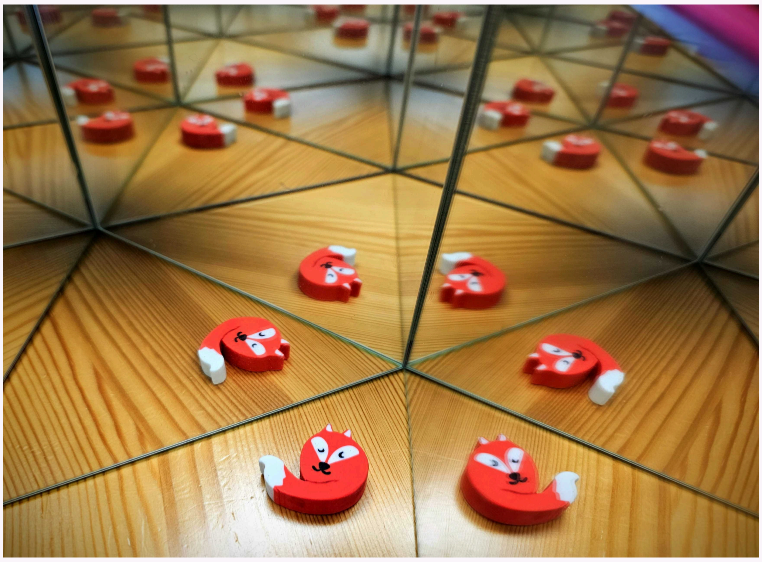


Calidoscopis

Després d'explorar l'exposició Springing Flowers, el següent pas és avançar de dos miralls a tres, formant un triangle. Aquesta transició condueix a l'exposició Caleidoscopis, tant en la seva versió física com virtual. A diferència de les rosetes ("flors") observades externament amb dos miralls, un calidoscopi de tres cares omple tot el plànol de patrons, oferint una experiència més immersiva però, alhora, més difícil de veure amb un angle, de manera que oferim una imatge virtual.

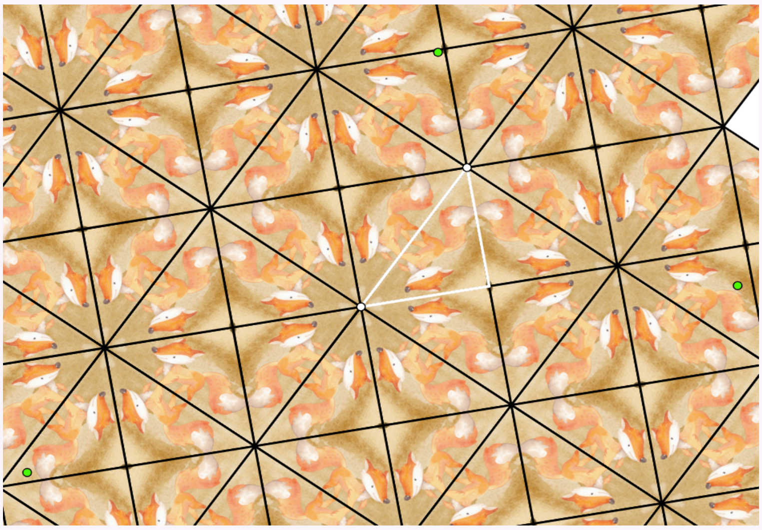
Alternativa a l'exposició al costat dels miralls físics.

L'exposició presenta calidoscopis dissenyats en forma de triangles especials amb angles de (60°, 60°, 60°), (90°, 45°, 45°) i (90°, 60°, 30°). Quan col·loqueu un objecte dins d'aquests calidoscopis, els seus reflexos omplen el pla com es veu a continuació:



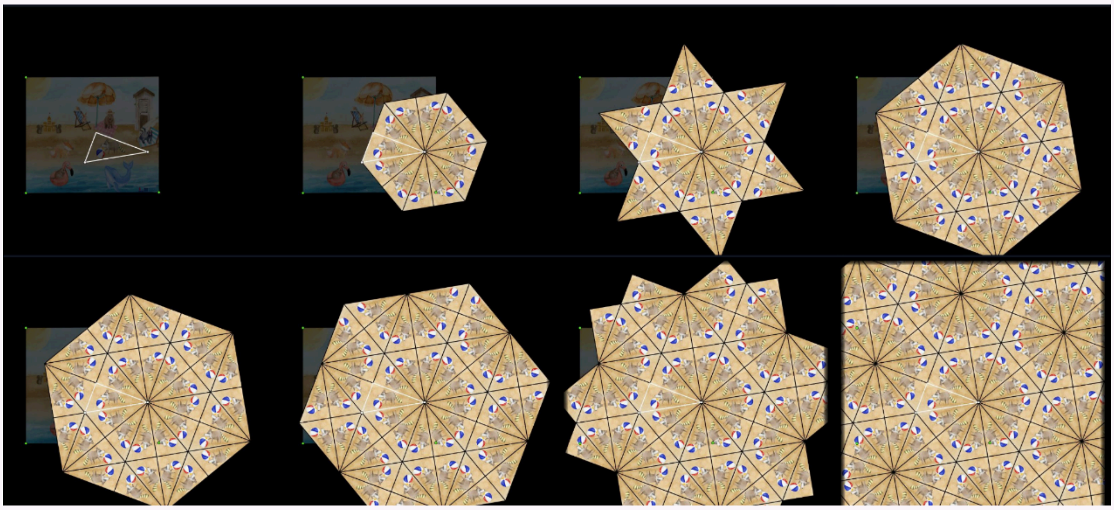
La fotografia de dalt mostra una configuració física de la disposició dels miralls (60°, 60°, 60°), un triangle equilàter format pels tres miralls. La captura de pantalla següent és la demostració virtual que representa un triangle isòsceles en angle recte per a la disposició del calidoscopi (90°, 45°, 45°), similar a la configuració del mirall del mòdul Flors de Primavera.

Co-funded by the European Union



La imatge original d'Emy la Guineu està marcada dins del triangle delineat mentre que totes les altres còpies representen imatges mirall de l'original, i imatges mirall d'imatges mirall, i imatges mirall d'imatges mirall d'imatges mirall, etc. Entens la idea.

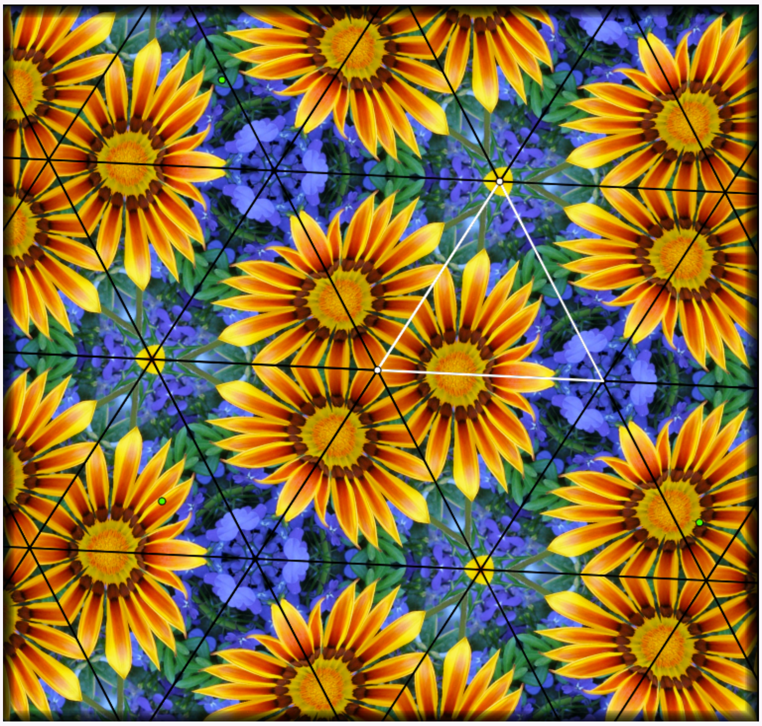
L'exposició virtual us permet triar el nombre d'imatges miralls visibles a la pantalla, fins a un cert grau, començant sense imatges miralls, després mostrant la rosassa de dos miralls i afegint més i més imatges miralls fora de la roseta (mantenint la simetria circular).) fins que tot el pla (visible) s'omple d'imatges miralls.



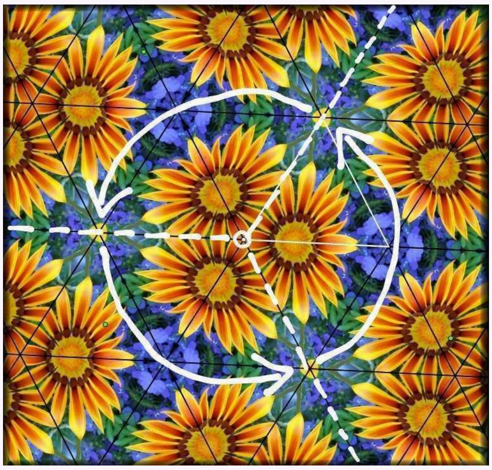
Un patró repetitiu que cobreix el pla s'anomena mosaic o tessel·lació periòdica. Pot consistir en diverses formes geomètriques (anomenades rajoles) disposades sense solapaments ni buits per cobrir el pla. En el nostre cas, utilitzem només un tipus de rajola: un triangle. Hem escollit els angles per poder crear un enrajolat. Podeu explorar si hi ha altres fitxes triangulars que permetin enrajolar el pla.

Un mosaic periòdic únic emergeix quan s'utilitza una sola fitxa regular diverses vegades, estenent-se així infinitament pel pla. La rajola normal significa que tots els costats tenen la mateixa longitud i tots els angles són iguals. Per exemple, la forma regular més senzilla és el triangle equilàter, de manera que amb la disposició del mirall (60, 60, 60), es crea un mosaic periòdic regular, que presenta diferents tipus de simetries:

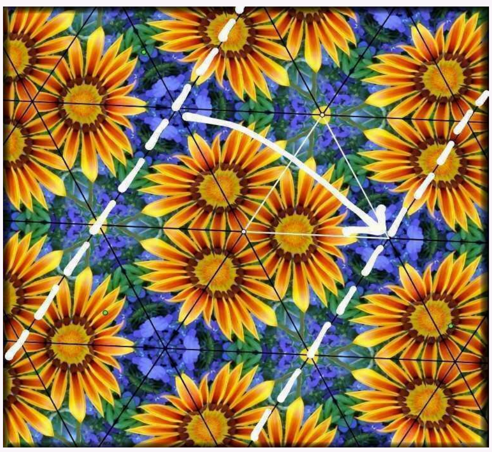
smem
Co-funded by the European Union



Mirant la imatge es poden reconèixer diferents tipus de simetria:



La simetria de rotació s'imagina millor escollint qualsevol vèrtex de qualsevol dels triangles. Ara manteniu aquest punt fix i gireu el patró al voltant d'aquest punt. Podeu fer-ho imaginant-ho o girant una impressió fixada amb un passador. Si utilitzeu una versió física, heu d'imaginar que el patró continua per sempre, cobrint tot el pla (no només el paper). Després d'un gir de 60°, arribeu a una versió reflectida del patró amb què vau començar. Després de 60° més, s'arriba al patró original. Aquest tipus de simetria s'anomena simetria triple (ja que durant tota una rotació de 360°, el patró original s'aconseguirà tres vegades).

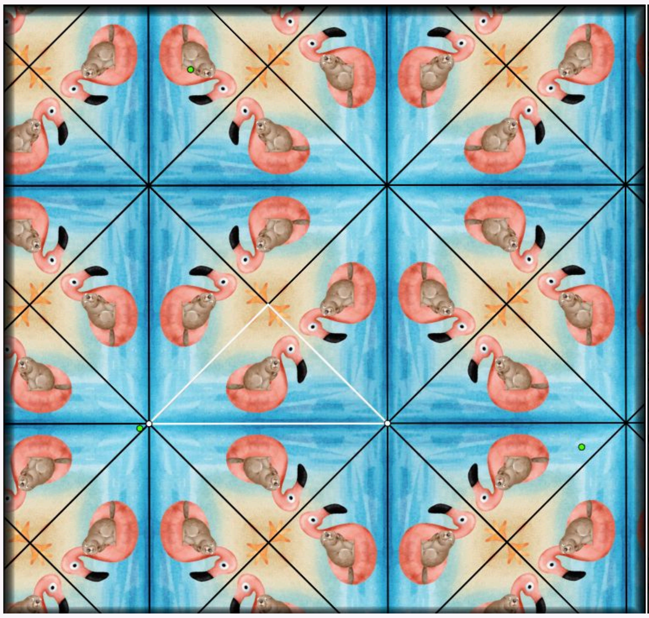


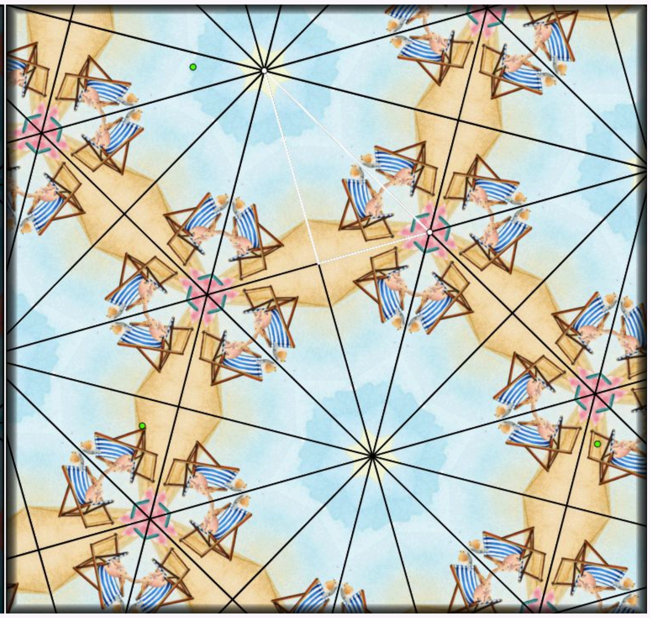
La simetria translacional s'aconsegueix desplaçant el patró complet una certa quantitat en la mateixa adreça, arribant al mateix patró amb què es va començar. A la imatge de dalt, tria una de les línies rectes. Pot ser una de les línies horitzontals o un dels tipus que creua la imatge en angle (de dalt a l'esquerra a baix a la dreta, o de baix a l'esquerra a dalt dreta). No importa quina línia triïs, n'hi haurà més del mateix tipus, totes paral·leles entre si. Ara pots imaginar agafar la línia escollida i col·locar-la damunt de la segona línia paral·lela següent, arribant al mateix patró amb què vas començar. (No funcionarà si t'atures a

	la següent línia paral·lela, arribaràs a una imatge especular del patró original. Intenta imaginar-ho).
	La simetria reflexiva (o simetria especular) és la més intuïtiva. Pots imaginar-te col·locant un mirall a qualsevol dels tres tipus de línies que ja identifiquem per a la simetria translacional, arribant al mateix patró. Després hi ha la *Glide Reflection*, que és una combinació de translació i reflexió. Aleshores, imagina moure tot el patró i reflectir-lo després (o al revés), arribant al mateix patró novament.

Com a exercici, podeu intentar identificar les diferents simetries creades per les altres dues disposicions de miralls triangulars

.





Si estàs enganxat a la bellesa del mosaic periòdic, pots consultar l'aplicació iOrnament o Morenaments, que et permet dibuixar els teus propis patrons a qualsevol dels 17 grups de simetria (consulteu també el concepte de grups de simetria, que també es pot anomenar grups de fons de pantalla (un bon inici és a la plataforma oberta Mathigon). Els nens des de ben petits podran crear patrons genials amb Scratch.

Co-funded by the European Union

Amics reflectits

El mòdul original, que el MMACA proposa per a alumnes de 6 a 10 anys, és en alguns aspectes més senzill, però requereix un mínim de ferramentes de càlcul mental i coneixements d'operacions de suma i multiplicació (factors 2 i 3).

Consta de tres caselles marcades amb els valors 1, 2 i 3, un nombre variable de pilotes de goma (de 2 a 4) i 1 o 2 daus (per graduar la dificultat).

Els daus determinen el valor a compondre col·locant les boles a les caselles. El valor que pren la bola col·locada a la caixa ve donat pel nombre que porta la caixa.

El primer alumne compon el valor i un segon alumne intenta fer el mateix però canviant la composició.

Exemple amb 1 dau i 2 boles. Valor dels daus: 4.

smem
Co-funded by the European Union

El primer jugador pot posar dues boles a la casella que porta el número 2 (2x2 = 4) i l'altre pot posar una bola a les caselles 1 i 3 (1+3 = 4); D'aquesta manera cadascú suma un punt.

Podem augmentar la possibilitat de composicions aportant una tercera bola.

Podem introduir regles segons les quals la puntuació obtinguda sigui igual al nombre de boles emprades.

Es poden introduir variacions addicionals i interessants variant el valor de les caselles (1, 2 i 4, com a aproximació al sistema binari) o introduint la casella 0 (element neutral de la suma) i exigint l'ús de totes les boles.

Com es va esmentar, l'activitat requereix coneixements, encara que siguin bàsics, d'operacions de suma i multiplicació. Quan ens enfrontem al problema de poder adaptar-lo a un públic amb menys eines de càlcul, l'ús de miralls ens va permetre fer un pas enrere en habilitats i transformar la necessitat de calcular en un recompte: 1 mirall = 1 objecte + 1 imatge = multiplicar per 2; 2 miralls a 120 º = 1 objecte + 2 imatges = multiplicar per 3; 2 miralls a 90 º = 1 objecte + 3 imatges = multiplica per 4!

Potser no és fàcil per a tothom acceptar que la imatge és tan valuosa com l'objecte. Comptem amb la flexibilitat extraordinària de la imaginació dels nens perquè hi hagi plena acceptació de les regles.

Creiem que una versió virtual del mòdul, on tots els objectes que apareixen a la pantalla, tant els que se subministren en començar l'activitat com els que van apareixent tenen la mateixa virtualitat, és encara més fàcil d'acceptar i generen, almenys parcialment, la mateixa competència.

Dibuixar amb daus

La idea original va sorgir d'una joguina infantil, que té com a objectiu reproduir les cares impreses en unes cartes.

A partir d'aquí pensem fer el mateix però amb formes geomètriques, aprofitant la simetria de les figures i els cubs. Aleshores, vam fer 4 daus de fusta amb algunes formes marcades en negre a cada costat. Tots els daus són de la mateixa mida i ofereixen les mateixes 6 cares.

Es poden reproduir usant papiroflèxia o cartolina amb cola per construir els daus, i després pintar els costats. Per descomptat, es poden dibuixar altres formes a cada costat per crear noves figures, però s'han seleccionat aquestes perquè són fàcils d'entendre (tots ocupen una cantonada) i són molt adequats per a activitats educatives.

Evidentment, el primer que has de fer quan tinguis aquests daus a les teves mans és explorar de forma lúdica quines formes es poden crear amb ells: un cercle, dos triangles diferents, dos quadrats diferents, una estrella de quatre puntes, un cucurutxo de gelat, etc . Els estudiants han de rotar i jugar amb la simetria dels cubs per poder fer aquestes formes, i aviat descobriran que només hi ha dues cares que són asimètriques, cosa que requereix fer-les servir en parells per formar una forma simètrica global. Després d'aquesta exploració inicial, es poden suggerir algunes activitats guiades:

● Fes totes les formes poligonals possibles amb 3 o 4 costats.

● Fes totes les formes simètriques possibles (n’hi ha moltes, si acceptem les que tenen simetria rotacional!)

● Classificar algunes d'aquestes formes per àrea (sense calcular-la!)

Un cop acabada la primera fase d'exploració i joc, podreu suggerir diferents activitats per a l'aula, guiant els estudiants amb preguntes adequades perquè puguin desenvolupar les respostes:

- Quina és l’àrea de la figura formada? Com ho calcules?

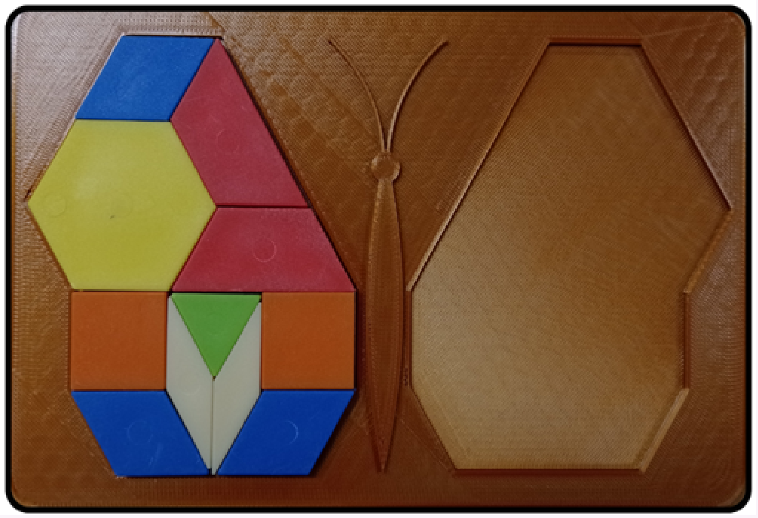
- Quin és el perímetre de la figura i com es calcula?

- Comparar el perímetre i l’àrea dels quadrats proporcionals que es poden muntar.

- Crea formes noves i calcula l'àrea i el perímetre.

Evidentment, és molt important estudiar les propietats intrínseques de les figures i fer servir la simetria per calcular àrees i perímetres (sense necessitat d'utilitzar fórmules).

Això desenvolupa les habilitats de resolució de problemes dels estudiants.
Com a activitat extra, es pot demanar als alumnes que inventin els seus daus, dibuixin les formes de cada cara i dissenyin el seu propi joc de daus, utilitzant origami o impressió 3D.
Fes-me volar!
Como en altres mòduls, aquí també s’ajunten creativitat i resolució de problemes.



El primer pas és reproduir a la silueta de l'ala d'una papallona la composició de formes elementals (*Pattern Blocks*) dibuixades a l'altra ala.

Es tracta de reconèixer les peces (triangles, quadrats, rombes, trapezis i hexàgons) i disposar-les simètricament en la forma buida.

Co-funded by the European Union

El desafiament no és tan obvi, especialment per als nens petits.

La segona part de l'activitat consisteix a compondre ambdues ales, escollint quines maneres fer servir.

Es poden subministrar les peces estrictament necessàries, orientant -encara que sense obligar- la construcció d'ales simètriques.

En canvi, pots proporcionar més peces i deixar més grau de llibertat a l'hora de dissenyar les ales.

L'interès de l'activitat és que es pot adaptar fàcilment i, si cal, guiar perquè cada alumne dibuixi les ales de la papallona.

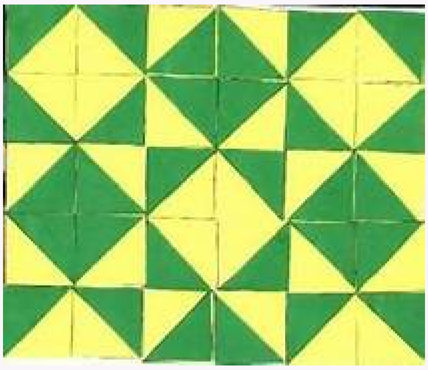
Exemples d'activitats amb el mateix material

En aquest capítol, explorarem diversos exemples d'activitats addicionals que es poden fer amb el mateix material educatiu.

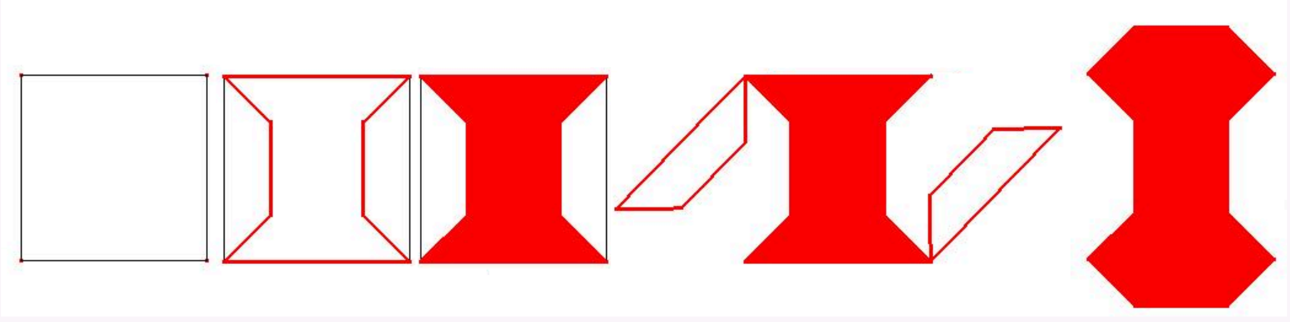
Alguns mosaics són fàcils de construir, per exemple la clàssica rajola bicolor, les diferents combinacions de la qual poden donar resultats interessants amb l'ús d'un mirall, o molt estètics, si es col·loquen entre dos miralls paral·lels.

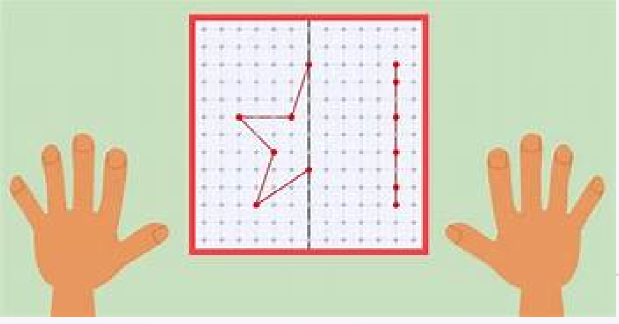
El tangram xinès també permet exploracions en el camp de la simetria.

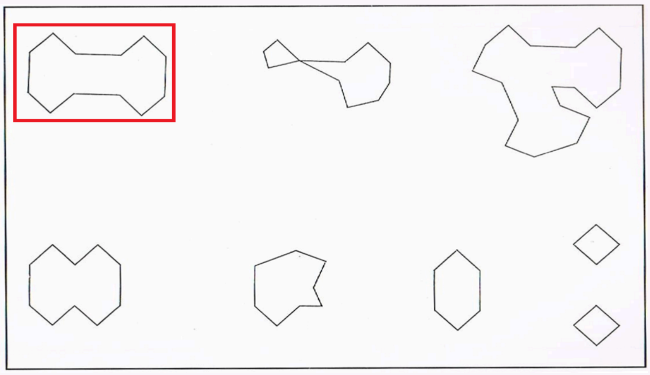
És interessant la construcció de l'os nassarita, premissa d'altres variacions sobre el tema, partint de figures regulars o semiregulars que tessel·len el pla.



Partint de l'os nassarita i utilitzant un mirall, es pot oferir aquesta activitat senzilla però interessant (de Rafael Pérez), que connecta creant i reconeixent simetries.







Usant el Geogebra es poden realitzar moltes activitats formatives relatives a la construcció de figures geomètriques.

Conclusions

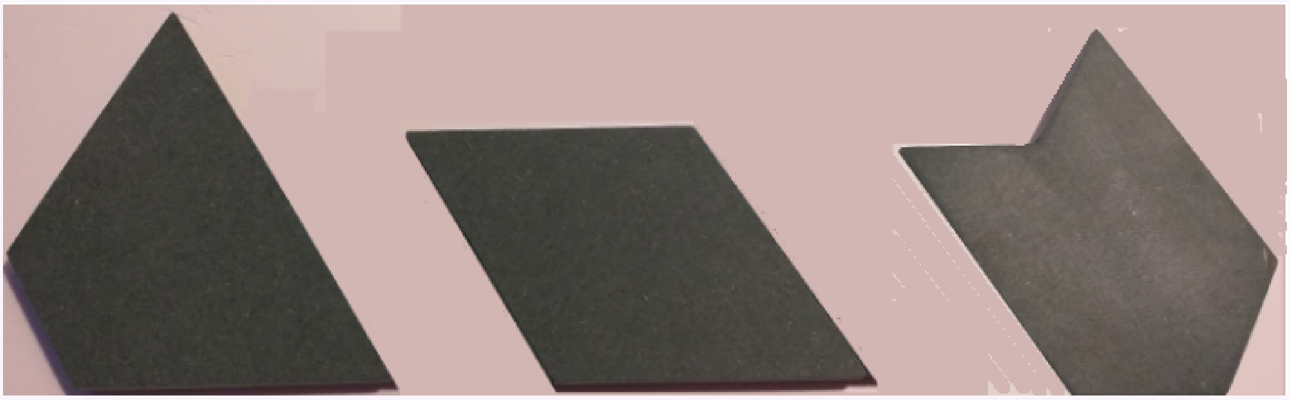
Creiem que les activitats relacionades amb la simetria representen un bon exemple per provar la hipòtesi que no hi ha matemàtiques petites ni petits matemàtics. És a dir, que les bones activitats dissenyades per als usuaris més joves contenen els elements fonamentals del pensament matemàtic i es poden enriquir perquè siguin significatives fins i tot per a usuaris de més edat i habilitats.

És una discussió que va començar fa uns anys, en una edició de la Conferència Matrix i que va involucrar molts dels socis del projecte SMEM, cosa que ens va permetre avançar en la comparació de les nostres propostes i experiències. Aquest nou context enriqueix el nostre cabal d'ofertes educatives que es dirigiran els propers mesos als docents de l'àrea d'influència de cada soci.

Creiem que la següent experiència presenta tots aquests elements: context i llenguatge específics i motivadors, enfocament analògic i analític, diferents graus de dificultat, ús d'estratègies, estímul a la creativitat i adquisició de diferents habilitats.

Cal dir que la trobada amb aquest material va ser casual, però aviat va mostrar la possibilitat d'adaptar-nos al nostre doble objectiu d'usuaris: nens de 3 a 8 anys i els seus professors.

La proposta original, un trencaclosques de simetria anomenat Baikonur, d'Alexander Magyarics, demanava unir les tres peces per formar una única forma que tingués un eix de simetria.



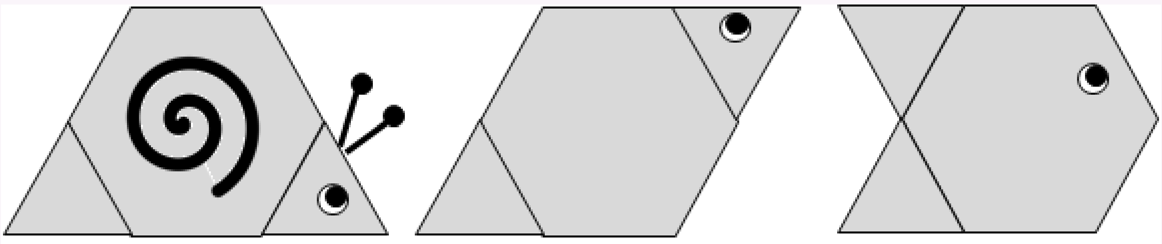
Evidentment, el repte és massa difícil per als nostres usuaris, però els formularis són suggeridors, i és possible començar amb activitats més senzilles.

Co-funded by the European Union

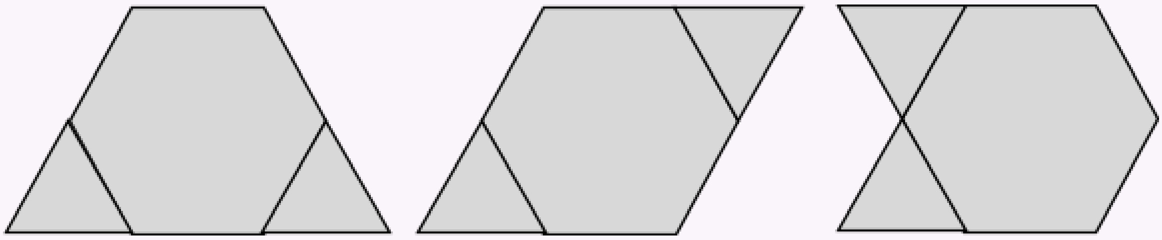
La nova aventura simètrica de l'Emy (amb tasques)

L'Emy vol visitar la seva amiga Heidi la balena.

Els seus amics estan ansiosos d'ajudar-la: coneix el Sam el cargol, la Maria la marmota i el François el peix



Tasca 1: Troba l'eix de simetria de cada figura. (Un mirall pot ser d'ajuda)



Els tres amics formen tres parelles per treballar junts, en dies diferents, per trobar la manera de fer que l'Emy viatgi per conèixer l'Heidi al mar.

Sam i Maria dissenyen un vaixell, però és massa fràgil.

Sam i François projecten una canoa, però és massa petita.

La Maria i el François proposen un coet, però és massa sorollós.

Tasca 2: Troba la simetria axial de les formes obtingudes unint les tres peces de dos en dos (sempre han de tenir com a mínim un costat (o part d'aquest) en comú).

Així doncs, decideixen fer les tres obres juntes.

Decideixen construir un veler per poder arribar a l'Heidi al mar.

Però encara que François, el Peix, hagi de conèixer els secrets de l'ambient líquid, els amics no són fusters marins hàbils, i el vaixell té una fuita!

Encara que el forat no estigui al fons del casc, saben que amb les onades el vaixell agafarà aigua i s'enfonsarà!

Repte 3.1 Combinant les tres formes, construeix la silueta d'un veler, simètrica i d'acord amb les normes (un costat o part d'aquest en comú).

Adonant-se de les seves poques habilitats de construcció naval, els amics decideixen construir un vaixell més senzill.

«I si fem una canoa? »- suggereix Sam.

«Sí, però més gran que el que François i tu vam dissenyar» - va sentenciar la Maria.

Co-funded by the European Union

Així, ho van aconseguir.

Repte 3.2 Combinant les tres formes, construeix la silueta d'una canoa, simètrica i respectant les normes (una banda o part en comú).

I estaven llestos per mostrar-ho a Emyi.

Escolta, però… on és l'Emy?

Repte 3.3 Combinant les tres formes, construeix la silueta d'Emi, simètrica i respectant les regles, molt semblant a la icona del projecte SMEM (però només amb un triangle buit endins).

I així va ser com Emy va poder viatjar a través del mar per trobar Heidi.

Co-funded by the European Union

Ajustar formes

Definició d’ajustar formes

Ajustar les formes a la llar d'infants és una activitat lúdica i educativa que permet als nens i nenes desenvolupar la seva comprensió de les formes, la geometria bàsica i les habilitats de resolució de problemes.

A continuació us deixem algunes idees per a les activitats de muntatge de formes geomètriques per a alumnes de parvulari:

- Trencaclosques de forma: Proporciona trencaclosques senzills amb peces de diferents formes geomètriques. Els nens hauran de fer coincidir les peces per formar una imatge o una forma completa.

Le Kéor - Crèdits Fermat Science

- Construir amb blocs: Utilitzar blocs de diferents formes (quadres, triangles, cercles, etc.) i animar els nens a crear estructures utilitzant aquestes formes.

Co-funded by the European Union

Fractionary- Crèdits Fermat Science

- Collages de formes: Donar als nens trossos de paper en diverses formes (cercles, quadrats, rectangles, triangles) i diferents colors. Poden crear imatges o patrons enganxant aquestes formes en un full de paper.
- Jocs de Tangram: Els Tangrams són trencaclosques compostos de set formes geomètriques diferents. Els nens poden manipular-los per formar diverses figures i desenvolupar la seva comprensió de les formes.

Tangram - Crèdits OpenClipart

- Creació de personatges: Afavoreix als nens a crear personatges utilitzant formes geomètriques per al cos, els ulls, el nas, etc. Poden inventar històries amb les seves creacions.
- A la caça de la forma: Durant un passeig a l'aire lliure, demana als nens que vegin objectes amb formes específiques, com ara cercles (rodes de cotxe), rectangles (finestres de casa), etc.

Co-funded by the European Union

Matermaths - Crédits Fermat Science

- Formes a la natura: Explora la natura amb els alumnes i busca exemples de formes geomètriques al món que els envolta, com ara fulles triangulars o roques rodones.

Aquestes activitats permeten als nens divertir-se mentre desenvolupen la seva comprensió de les formes i la geometria, la qual cosa fa de base per a la seva futura educació matemàtica.

Connexió al Currículum

El concepte d'encaix de formes juga un paper fonamental en el currículum del primer cicle de matemàtiques. Aquest cicle, que implica nens de 3 a 6 anys, és un període crucial de desenvolupament cognitiu i preparació per a un aprenentatge matemàtic més formal. Explorar i manipular formes geomètriques en els primers anys és essencial per establir les bases per a la comprensió matemàtica.

En primer lloc, s'anima a aquests alumnes a manipular i explorar diverses formes geomètriques d'una manera concreta. Aprenen a identificar aquestes formes en el seu entorn quotidià ja sigui a través de joguines, objectes o fins i tot elements arquitectònics. Aquest pas inicial familiaritza els joves amb formes bàsiques com ara cercles, quadrats, triangles i rectangles.

A continuació, aprenen a anomenar aquestes formes, la qual cosa reforça el seu vocabulari matemàtic. També adquireixen habilitats en la diferenciació de les propietats de les formes, com ara reconèixer costats iguals en un quadrat o angles rectes en un rectangle. És un pas vital per desenvolupar la seva capacitat de comunicar i descriure formes amb precisió.

La construcció de formes geomètriques és una activitat pedagògica clau. Els alumnes comencen a crear arranjaments utilitzant aquestes formes bàsiques, que desenvolupen el seu pensament espacial i la seva creativitat. També els prepara per a la comprensió posterior de conceptes més avançats com la simetria, l'alineació i fins i tot la introducció de sòlids tridimensionals.

En resum, el concepte d'encaix de les formes en el pla d'estudis del primer cicle de matemàtiques és un pas crucial per establir una base sòlida en geometria i preparar als alumnes per a conceptes matemàtics més avançats a mesura que avancen en el seu camí educatiu. Promou el desenvolupament del llenguatge matemàtic, el pensament espacial i la creativitat, alhora que proporciona als joves estudiants una experiència inicial positiva amb les matemàtiques.

Co-funded by the European Union

Per a l'inici del següent cicle (de 6 a 8 anys), els alumnes continuen el seu aprenentatge matemàtic consolidant els sòlids fonaments guanyats en el primer cicle. Aquesta fase inicial del segon cicle està marcada per una exploració més profunda de les formes geomètriques. Els estudiants, ara més familiaritzats amb els quadrats, els rectangles i els triangles, són capaços d'anar més enllà. Comencen a muntar figures més complexes utilitzant aquestes formes elementals com a peces d'un trencaclosques matemàtic.

També se'ls obre una nova dimensió, amb la introducció de formes tridimensionals, anomenades sòlids geomètrics. Els estudiants aprenen a crear cubs, cilindres, prismes i altres sòlids per produir estructures tridimensionals fascinants. Això els ajuda no només a entendre els sòlids mateixos, sinó també a desenvolupar les seves habilitats espacials visualitzant com aquestes formes encaixen per crear objectes més complexos.

El muntatge de figures geomètriques va més enllà de la simple manipulació de peces. També serveix com a camp d'aprenentatge per a la simetria i l'alineació, conceptes geomètrics essencials. Els alumnes continuen explorant i identificant relacions geomètriques, reforçant així la seva comprensió de la simetria i l'alineació en contextos concrets.

Finalment, l'assemblatge de figures geomètriques es connecta naturalment amb altres habilitats matemàtiques. Els estudiants comencen a comprendre els conceptes de perímetre i àrea a l'hora de treballar amb figures planes, millorant la seva comprensió general de les matemàtiques i la seva capacitat de resoldre problemes de manera integral.

Mòduls del projecte SMEM relacionats amb aquest concepte

L'ús de mòduls d'exposició matemàtica que exploren les formes adequades és una oportunitat emocionant per despertar la curiositat dels alumnes i submergir-los en el fascinant món de les matemàtiques. Aquestes exposicions tenen com a objectiu introduir els alumnes, des dels primers anys del seu recorregut educatiu, a una sèrie de conceptes i habilitats clau relacionades amb la geometria i el pensament espacial.

A continuació us mostrem una llista d'11 mòduls que podeu trobar al projecte SMEM de codi obert:

Mòdul 1 Trencaclosques de bosc
Mòdul 2 Cherry Pies
Mòdul 3 9 Foxes
Mòdul 4 La presa del castor
Cúpula del mòdul 5
Mòdul 6 Daus de dibuix
Mòdul 7 Cases d'Animals
Mòdul 8 Ponts de construcció
Mòdul 9 Ales de color
Mòdul 10 Fes-me ales
Mòdul 11 Barris feliços

smem
Co-funded by the European Union

Algunes connexions possibles de mòduls

Exemple 1: Reproducció de formes

Proposem dissenyar una interessant seqüència pedagògica centrada en el tema “Reproducció de formes” combinant alguns d'aquests mòduls expositius. Per a això, comptarem amb tres exposicions: "Drawing Dice", "Make Me Wings" i "Coloured Wings". Aquests mòduls ofereixen una perspectiva interessant sobre el procés de reproducció de formes. Durant aquesta seqüència, els alumnes tindran l'oportunitat d'explorar els conceptes de simetria, patrons i repetició mentre desenvolupen les seves habilitats d'observació i creativitat. En animar-los a crear les seves pròpies obres inspirades en aquestes exposicions, promovem l'expressió individual alhora que explorem conceptes fonamentals relacionats amb la reproducció de formes.

Exemple 2: Consciència en la construcció/espai

Ara, dissenyem una seqüència pedagògica centrada en el tema "Conscienciació de la construcció/espai". Per a això, podem comptar amb els següents mòduls d'exposició: "La presa del castor", "Fent cubs", "Els caus" i "Creant ponts". Aquestes exposicions ofereixen un enfocament multidimensional per explorar la construcció i la consciència espacial. Durant aquesta seqüència, els alumnes tindran l'oportunitat de desenvolupar habilitats de resolució de problemes, habilitats de geometria, comprensió espacial i col·laboració.

Exemple 3: Lògica matemàtica

Tenim una gran oportunitat amb aquest projecte de dissenyar una estimulant seqüència pedagògica al voltant del tema de "Lògica Matemàtica", utilitzant exposicions originals com "Puzle de bosc", "9 guineus", i "Bons veïns". Aquestes exposicions ofereixen perspectives riques per explorar la lògica matemàtica en diverses formes. Durant aquesta seqüència, els alumnes tindran l'oportunitat de desenvolupar el seu pensament lògic, resolució de problemes i habilitats matemàtiques mentre es diverteixen. En resoldre trencaclosques matemàtics amb "Bons veïns", explorar els misteris de "9 Guineus", i resoldre el "Puzle del bosc", els alumnes podran aplicar conceptes matemàtics complexos de manera concreta.

Exemple 4: Composició numèrica

Finalment, tenim l'oportunitat de dissenyar una estimulant seqüència pedagògica al voltant del tema de la "composició numèrica", utilitzant l'exposició "Pastís de cireres". Aquesta exposició ofereix un enfocament visual i lúdic per explorar la composició numèrica en profunditat.

Exemples d'activitats amb el mateix material

En aquest capítol, explorarem diversos exemples d'activitats addicionals que es poden fer utilitzant el mateix material educatiu, és a dir, formes geomètriques. Aquestes activitats ofereixen una varietat d'oportunitats per reforçar la comprensió dels conceptes matemàtics alhora que estimulen el compromís dels alumnes.

Co-funded by the European Union

Formes geomètriques Sudoku

El Sudoku Geomètric és una versió creativa i desafiant del Sudoku tradicional. En lloc d'utilitzar números, els alumnes utilitzen formes geomètriques per completar la quadrícula. L'objectiu és col·locar cada forma a la quadrícula de tal manera que cap forma es repeteixi a la mateixa fila, columna o bloc. Aquesta activitat millora la resolució de problemes, la lògica i la comprensió de la forma. Els nens han d'analitzar les relacions espacials entre formes per tenir èxit.

Tangram: Exploració de formes

Tangram és un conjunt de set formes geomètriques que es poden assemblar per crear una àmplia varietat de figures. Els alumnes poden explorar les propietats de les peces, comparar-les i combinar-les per crear formes complexes. Això fomenta la comprensió de formes, transformacions geomètriques i conceptes de simetria. També desenvolupen el seu pensament espacial visualitzant com les peces encaixen per formar diferents figures.

Enquadernació: repetició del patró

L'activitat de tessel·lació implica utilitzar formes geomètriques per crear patrons repetitius en una superfície plana. Els alumnes poden explorar com les formes encaixen per cobrir una superfície sense deixar buits o superposicions. Això reforça la seva comprensió dels patrons, les transformacions i els conceptes de tessel·lació. Poden crear patrons artístics o tessel·lacions matemàtiques complexes.

Frieze: Creació de patrons repetitius

Un fris és una seqüència de patrons repetitius que es poden utilitzar per decorar vores o superfícies. Els alumnes poden utilitzar formes geomètriques per crear frisos repetint un patró o seqüència de patrons. Aquesta activitat promou la creativitat i la comprensió dels patrons repetitius. També poden explorar conceptes de simetria en la creació dels seus frisos.

Construcció lliure

Permetre als alumnes explorar la construcció lliure amb formes geomètriques és una excel·lent manera d'estimular la seva creativitat i reforçar la seva comprensió dels conceptes geomètrics. Poden crear patrons, escultures, edificis i més utilitzant formes com a blocs de construcció. Aquesta activitat fomenta el pensament espacial, la resolució de problemes i el descobriment de propietats geomètriques a través de l'experiència pràctica. Els alumnes també poden col·laborar per construir estructures més grans i complexes, reforçant les seves habilitats de comunicació i treball en equip.

Aquests exemples d'activitats addicionals il·lustren la versatilitat del material educatiu basat en formes geomètriques. Integrant aquestes activitats en la teva docència, podràs oferir als estudiants un ventall d'experiències d'aprenentatge estimulants que reforcen la seva comprensió dels conceptes matemàtics alhora que promouen la creativitat i el pensament crític. L'ús de material concret com formes geomètriques permet als alumnes explorar les matemàtiques d'una manera pràctica i atractiva, la qual cosa augmenta el seu entusiasme per aprendre matemàtiques.

SMEM
Co-funded by the European Union

Construcció lliure - Crèdits Fermat Science

Conclusió

En conclusió, l'adequació de les formes a la guarderia és un valuós enfocament educatiu per al desenvolupament dels nens petits. Aquest tema ofereix moltes activitats interessants que promouen la comprensió de les formes, el pensament espacial, la creativitat, la resolució de problemes i la preparació per a conceptes matemàtics més avançats. Els exemples d'activitats presentades en aquest capítol demostren la riquesa i diversitat d'experiències d'aprenentatge que es poden oferir als alumnes utilitzant el mateix material educatiu, com les formes geomètriques. Alinear aquest tema en el pla d'estudis s'alinea perfectament amb els objectius educatius de desenvolupar habilitats matemàtiques des dels primers anys de l'educació formal.

Les exposicions que ofereix el projecte SMEM de codi obert proporcionen una base sòlida per crear seqüències pedagògiques coherents i enriquidores. Aquests mòduls promouen l'exploració, el descobriment i l'aplicació pràctica de conceptes matemàtics alhora que estimulen la curiositat dels alumnes. Les possibles connexions entre mòduls obren la porta a un enfocament interdisciplinari de l'aprenentatge, on els estudiants poden explorar conceptes matemàtics mentre desenvolupen habilitats en altres àrees, com la resolució de problemes, el pensament crític, la comunicació i la creativitat. Activitats complementàries addicionals, com les formes geomètriques Sudoku, Tangram, tessel·lació, creació de frisos i construcció lliure, proporcionen oportunitats d'aprenentatge encara més riques.

Finalment, encaixar formes a la llar d'infants no és només una activitat divertida. És una base sòlida per preparar els alumnes per al seu viatge matemàtic. Promou la construcció del coneixement matemàtic alhora que engendra una passió per les matemàtiques en els joves aprenents. Aquest tema contribueix a crear un entorn educatiu estimulant i satisfactori on els alumnes puguin desenvolupar la seva comprensió del món que els envolta a través de la lent de les matemàtiques. Invertint en aquest enfocament pedagògic innovador, contribuïm a donar forma a una nova generació d'aprenents de matemàtiques apassionats i competents preparats per afrontar els reptes del demà.

SMEM
Co-funded by the European Union

Observació i comptatge

Conceptes matemàtics d'observació i comptatge per a nens petits

El llenguatge matemàtic ens envolta, fins i tot des de les etapes més primerenques de la nostra vida. És un fet que s'oposa directament a la creença comuna que una persona neix amb o sense talent matemàtic. Les matemàtiques són una important habilitat per a la vida que pot adquirir-se i millorar-se a través de l'aprenentatge, desmentint la idea que es necessita un talent innat per a destacar en aquest camp. Tot individu té potencial per a comprendre conceptes matemàtics i dominar-los, independentment del seu nivell inicial. La clau està en un enfocament personalitzat de l'aprenentatge, que adapti l'ensenyament als interessos individuals i als nivells de coneixement previs. En reconèixer que les matemàtiques són una habilitat adquirida, empoderem als estudiants perquè abordin la matèria amb confiança, fomentant una mentalitat de creixement que estimula l'exploració, la curiositat i la millora contínua. Aquest enfocament inclusiu garanteix que les matemàtiques siguin una experiència accessible i agradable per a tots, promovent la idea que les matemàtiques no són un talent, sinó una habilitat que es cultiva mitjançant l'esforç, la pràctica i un suport educatiu adequat.

Per als nens d'entre 3 i 8 anys, les bases del pensament matemàtic s'estableixen a partir de comptar i observar.

Comptar proporciona un punt d'entrada tangible al món de les matemàtiques, ja que permet als nens comprendre i manipular els números. A través del comptatge, els nens comencen a reconèixer patrons numèrics, desenvolupen un sentit intuïtiu de les quantitats i comprenen conceptes com la suma i la resta. A més, comptar potencia la seva capacitat d'observació per a distingir diferències i semblances entre objectes. D'aquesta manera, el comptatge els prepara per a desenvolupar raonaments matemàtics més complexos en el futur. A més, ensenya als nens els conceptes d'ordre i organització, dos principis matemàtics fonamentals. Comptar no sols dota als nens d'una eina pràctica per a resoldre problemes quotidians, sinó que també alimenta la seva curiositat matemàtica i la seva confiança, establint les bases per a una aventura d'exploració i descobriment matemàtics que durarà tota la vida.

Observar no es tracta només de veure, sinó d'adonar-se dels detalls, els patrons i les relacions. Aquesta habilitat és fonamental no sols per al pensament matemàtic, sinó per al desenvolupament cognitiu general dels nens, ja que estimula la seva capacitat per a discernir patrons, relacions i detalls en el món que els envolta. Mitjançant una observació

SMEM
…d by the European Union

perspicaç, els nens aprenen a identificar formes, grandàries, colors i configuracions espacials, tots ells conceptes matemàtics fonamentals. A més, observar el món natural, els objectes i fins i tot les rutines quotidianes els permet comprendre conceptes com la simetria, la seqüencialitat i la mesura. Els motiva a fer-se preguntes, formular hipòtesis i treure conclusions, un procés semblant al mètode científic, en el qual es basa la indagació matemàtica. Aquest procés d'observació perspicaç no sols desperta la curiositat matemàtica, sinó que també fomenta el pensament crític, fonamental per a la resolució de problemes i el raonament matemàtic. En essència, l'observació es converteix en la lent a través de la qual els joves estudiants perceben i es relacionen amb els conceptes matemàtics, servint de base sobre la qual construir el seu coneixement matemàtic.

Abans de continuar, presentem alguns exercicis pràctics per a pares i professors per a practicar l'observació i el comptatge.

Fer una polsera amb boletes de fusta: Les manualitats ofereixen excel·lents oportunitats per a comptar i reconèixer patrons. En fer una polsera, demana-li al nen que triï boletes de diferents colors i grandàries. Poden comptar mentre enfilen cada boleta i creen patrons ordenant-les en una seqüència.

Gimcana a la naturalesa: Sortiu a passejar per la naturalesa en un parc o al seu jardí i elaboreu una llista amb elements per a observar i comptar. Per exemple, "Troba tres tipus diferents de fulles" o "Compta quants ocells veus". Aquesta activitat fomenta la capacitat d'observació i la consciència numèrica.

Buscar petxines a la platja: Passeja't per la platja amb el seu fill i convida'l a comptar i a observar. Quants tipus diferents de petxines pots trobar? Quins patrons o formes observes? Comptar aquests tresors pot convertir un passeig per la platja en una aventura matemàtica.

Comptar les estrelles: En una nit clara, estén una manta i contempla les estrelles amb el teu fill. Compta les estrelles que vegis i anima'l a identificar les constel·lacions. Aquesta activitat fomenta tant la capacitat de comptar com la d'identificar patrons en el cel nocturn.

Fer la compra: Mentre feu la compra, demana-li al teu fill que compti els productes que poseu al carro. Per exemple: " Posarem tres pomes al carro" o "Necessitem sis ous". Aquesta activitat senzilla reforça l'habilitat de comptar en un context real.

Cuinar junts: Cuinar ofereix diverses oportunitats per a comptar i observar. Demana-li al teu fill que compti el nombre d'ingredients necessaris per a una recepta, com a tasses de farina o culleradetes de sucre. També pot observar com canvien els ingredients durant el procés de cocció.

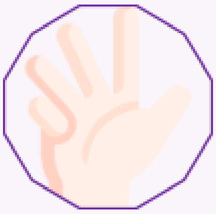
Aquests exemples demostren com l'observació i el comptatge poden integrar-se perfectament en activitats quotidianes, enriquint la comprensió matemàtica dels nens i fomentant al mateix temps un sentit de la meravella pel món que els envolta. En les següents seccions, explorarem activitats i tallers específics inspirats en el projecte SMEM, dissenyats per a fer de les matemàtiques una experiència estimulant i divertida per als més petits.

Co-funded by the European Union

Incorporar conceptes matemàtics d'observació i comptatge a l'educació infantil

Una bona educació matemàtica per als més petits implica adaptar els mètodes d'ensenyament als objectius del currículum. El projecte SMEM (sigles en anglès de "Matemàtiques significatives per a petits matemàtics") ofereix un marc útil per a integrar els conceptes matemàtics d'observació i comptatge al currículum dels infants d'entre 3 a 8 anys.

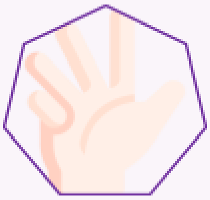
A parvulari, els nens s'inicien al món de les matemàtiques a través d'activitats lúdiques i exploratòries. El comptatge i l'observació són fonamentals en aquesta etapa de l'aprenentatge.



El pla d'estudis de parvulari sol incloure habilitats bàsiques de comptatge, com aprendre a comptar de l'1 al 10 i més enllà. El comptatge s'integra a les rutines diàries, com comptar el nombre d'infants a classe, comptar objectes durant l'esbarjo o comptar passos durant un passeig per la naturalesa. Aquestes activitats no sols desenvolupen la consciència numèrica, sinó que també potencien les habilitats lingüístiques.

L'observació a parvulari consisteix a ajudar els nens a fixar-se en els detalls del seu entorn. Inclou identificar formes en objectes quotidians, reconèixer patrons a la seva roba o a l'aula, o observar com els objectes canvien de grandària, color o posició. Aquestes observacions estableixen les bases del reconeixement de patrons i del pensament crític.

A mesura que els nens avancen fins a l'escola primària, els conceptes matemàtics es tornen més estructurats i amplis. El comptatge i l'observació continuen exercint un paper fonamental en el pla d'estudis.



En el pla d'estudis de primària, el comptatge evoluciona cap a tasques més complexes, com la suma i la resta. Els alumnes no sols compten objectes, sinó que també aprenen a sumar i restar nombres dins de rangs específics. Comptar es converteix en una eina per a resoldre problemes de la vida real, com calcular el cost total d'uns articles en una botiga o repartir objectes equitativament entre els companys de classe.

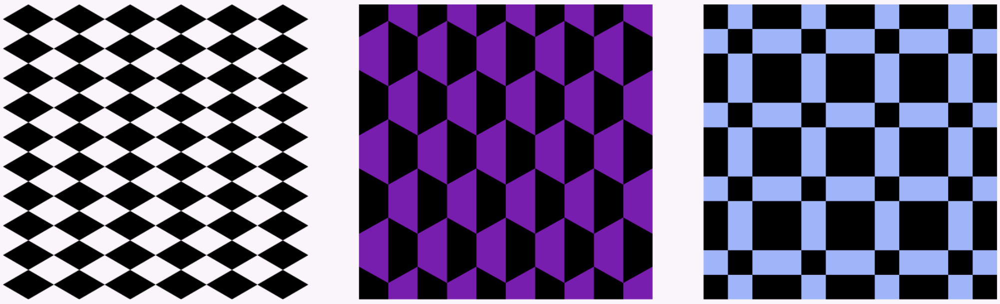
La capacitat d'observació a primària va més enllà del reconeixement de patrons en objectes. S'anima als alumnes a observar i interpretar dades, taules i gràfics. Aprenen a analitzar la informació de manera crítica, a fer prediccions i a treure conclusions. Aquesta forma d'observació és essencial per a comprendre conceptes com la representació de dades i l'estadística.

Mòduls del Projecte SMEM relacionats amb el comptatge i l'observació

Representació de nombres

A l'activitat de representació de nombres, els alumnes han d'aparellar les fitxes amb dibuixos de temàtica forestal amb els números de l'1 al 10. Una opció per a ampliar aquesta activitat a l'aula és utilitzar tessel·lacions. Les tessel·lacions són patrons geomètrics en 2D que encaixen entre si sense buits ni superposicions i que poden repetir-se en totes les direccions indefinidament. En les imatges següents, pots veure exemples de tessel·lacions amb polígons regulars.

Co-funded by the European Union

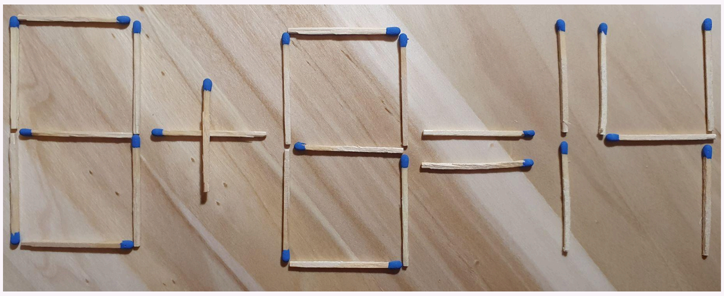


Exemples de tessel·lacions amb polígons (rombes, trapezis/ hexàgons, quadrats)

Una activitat per a utilitzar les tessel·lacions en combinació amb el comptatge consisteix a deixar que els alumnes triïn entre 1 i 4 formes que podrien utilitzar-se en els patrons. El professor també pot jugar a descobrir quines formes no pertanyen al patró.

Aquestes activitats poden ampliar-se durant excursions per la naturalesa proposant als nens que creïn patrons a partir d'elements naturals com a roques, fulles, fruits, flors, petxines, etc.

Una activitat diferent que es pot realitzar per a millorar les habilitats numèriques és resoldre trencaclosques de llumins formant números amb unes certes restriccions, com per exemple moure o treure només 1 o 2 llumins per a formar una equació o una suma. En l'exemple següent, pots afegir la restricció que només pots treure i moure 1 llumí per tal que la suma sigui correcta.



Una altra activitat per a practicar la suma o la multiplicació podria ser jugar a trobar les combinacions de números que sumats donen una certa quantitat. Hi ha dues maneres de fer-ho: o bé dient-los als nens el resultat de la suma i donant-los l'opció de triar quants números diferents sumats poden formar-lo, o bé donant-los característiques del número a partir de preguntes de sí o no.

Per exemple:

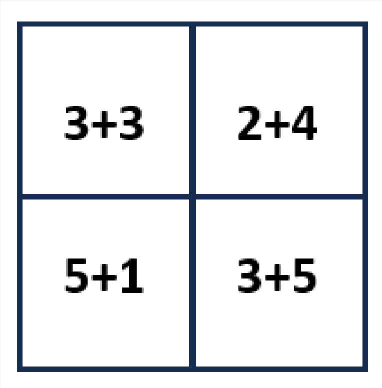
- El número és més gran que 20?
- El número és parell o senar?
- Es pot dividir el número per 2 o per 3? (Aquesta pregunta es pot utilitzar amb nens més grans).

Una vegada trobin el número, pots tornar enrere i preguntar per possibles sumes de números que donin aquest resultat.

Aquest és també un bon tema per a introduir el joc de "Quin no pertany?". En aquest joc es demanen quatre imatges o objectes amb la característica que cada subconjunt de tres comparteixi

SMEM Co-funded by the European Union

un atribut comú que permeti excloure el quart. La gràcia és que no hi ha una única resposta correcta, ja que cada element podria ser exclòs - només cal esbrinar la raó correcta.



La serp II

El joc de la Serp II es juga amb 2 alumnes, que tiren els daus i han de moure les seves fitxes segons el valor del dau. Una altra manera de plantejar l'activitat per a nens de 6-7 anys és utilitzar dos daus de colors diferents (per exemple, vermell i blau), en els quals el vermell significa anar cap endavant i el blau cap enrere. D'aquesta manera, també practiquen la resta.

El comptatge "pat-a-cake" introdueix una mica de ritme als patrons numèrics. De cara a un infant (o els infants en parelles l'un mirant a l'altre) es xoquen les dues mans i a continuació li xoquen les mans al seu company. Quan ho facin prou bé, poden afegir un patró de comptatge que tots dos diguin al mateix temps que es xoquen les mans. Per exemple, xocar, tres, xocar, sis, xocar nou, xocar, dotze... Pot anar canviant el líder, que és qui comença primer i controla la velocitat mentre l'altre segueix el seu ritme.

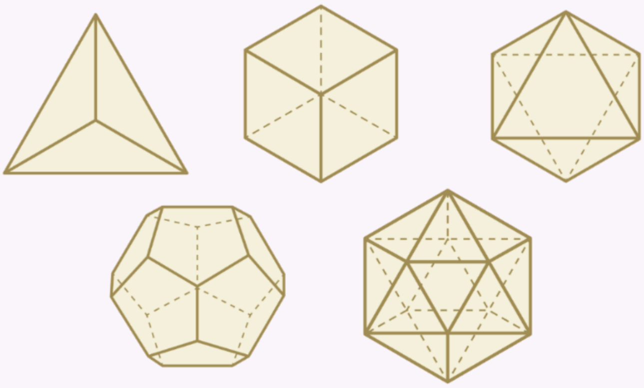
També poden jugar al joc del Vint. És un joc de comptar en el que dues persones compten per torns de l'u al vint amb l'objectiu de fer que el teu oponent sigui el que diu "Vint". Cada torn, pots comptar un, dos o tres números. Hi ha una estratègia guanyadora, però no és evident, tot i que es pot intentar que els infants la descobreixin donant alguna pista. Es pot canviar l'objectiu de vint a números més grans, comptar de dos en dos o de tres en tres, o fins i tot afegir un tercer jugador. A més, amb els nens més petits es poden utilitzar vint monedes o fitxes en lloc de comptar els números en veu alta.

Comptar cares

Al mòdul de Comptar cares, els alumnes llencen un dau i han de trobar la forma que tingui el mateix nombre de cares que el resultat. Una manera d'ampliar aquesta activitat per als més petits, de manera que s'impliquin tant en el comptatge com en la geometria, és demanar-los que formin un triangle amb els braços. Una vegada format el triangle, els hi podeu fer una foto i demanar-los als alumnes que comptin quants braços han necessitat. Per a anar un pas més enllà, ensenyant-los un tetraedre, demana als alumnes que comptin quants més haurien fet falta per a formar un tetraedre a partir d'un triangle.

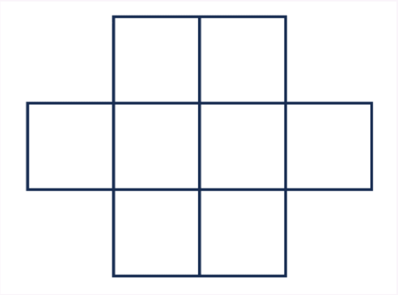
Per a edats més avançades, es pot ampliar l'activitat demanant-los que comptin les arestes i els vèrtexs i observin quines condicions són necessàries perquè una forma tingui vèrtexs o arestes. També se'ls pot demanar que construeixin els sòlids platònics amb varetes magnètiques per a poder visualitzar les formes geomètriques.

SMEM
Co-funded by the European Union

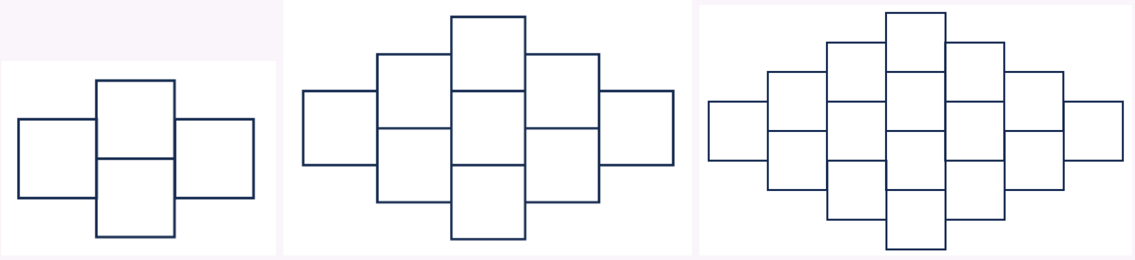


Veïns contents

Aquest mòdul podria utilitzar-se canviant les regles del tauler existent o modificant el tauler.
La primera opció seria introduir fitxes amb números de l'1 al 9 en lloc de colors, però amb una regla semblant: els números consecutius no poden de ser veïns. De quantes formes diferents es poden col·locar les fitxes seguint aquesta regla?
Els taulers podrien canviar-se de manera que les tasques foren cada vegada més difícils de resoldre. La primera opció seria el tauler amb només vuit caselles col·locades de la manera següent:



La regla seria col·locar fitxes amb números de l'1 al 8 de manera que els números consecutius no compartissin cap costat ni vèrtex. Per als nens més petits, en lloc de números, les fitxes podrien ser de tres colors diferents, amb tres opcions diferents per a les regles: que els mateixos colors no comparteixen ni costats, ni vèrtexs, o el teorema dels 4 colors: no poden compartir costats, però sí vèrtexs; quants colors són necessaris en aquest cas? Si la regla és més restrictiva (les fitxes del mateix color no poden compartir ni costat ni vèrtexs) necessitaríem quatre colors, però, amb la regla que poden compartir vèrtexs, tres colors són suficients.
La tercera versió consisteix a esbrinar com ampliar aquest mòdul per incloure més caselles utilitzant tres colors i la regla més senzilla. Si comencem amb una quadrícula amb només 4 caselles, podem posar-hi fitxes de tres colors? En cas afirmatiu, per què? Podem continuar afegint caselles? El mínim de caselles és 4, després tenim una quadrícula amb 9 caselles, després 16 i després 25 i així successivament. El nombre de caselles total és el quadrat del nombre de caselles de la columna central.



Hi ha alguna relació amb el triangle de Pascal?

Com podem demostrar que l'única versió que compleix les regles és la que té la quadrícula formada pel número al quadrat de caselles de la columna central? Existeix una prova geomètrica, però no és assequible per a infants menors de 8 anys. Un material senzill pot ocultar matemàtiques avançades!

Famílies

En el mòdul de Famílies es demana als alumnes que classifiquin els objectes en tres grups diferents basant-se en les seves pròpies regles. Un exemple seria la grandària, el color i la forma. Es poden realitzar moltes activitats basades en aquesta idea. Una activitat podria ser classificar la roba per a rentar per colors o per la temperatura a la qual s’ha de rentar.

Una altra activitat podria ser identificar característiques comuns entre els alumnes i comparar-les, com l’alçada, la roba i la llargada dels cabells, utilitzant un diagrama de Venn físic i targetes amb categories per a esquematitzar els punts en comú. Després, pots demanar-los que comptin quants hi ha a cada categoria.

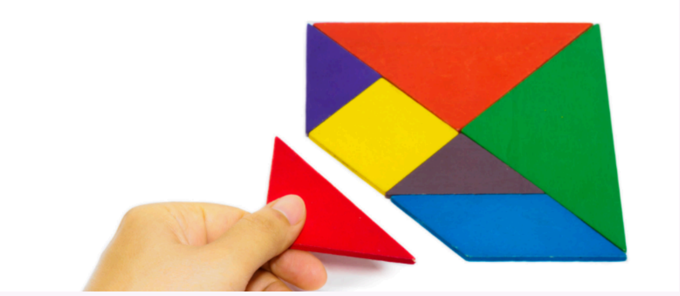
Una manera de convertir-ho en un joc seria demanar-los que trobin companys que comparteixin els mateixos atributs, com l'edat, l'altura i el mes de naixement. Aquest joc es diu bingo humà, i hi ha moltes plantilles que es poden trobar a Internet per a crear la teva pròpia versió. A continuació es mostra un exemple de myfreebingocard.com:

Co-funded by the European Union

Font: https://myfreebingocards.com/human-bingo

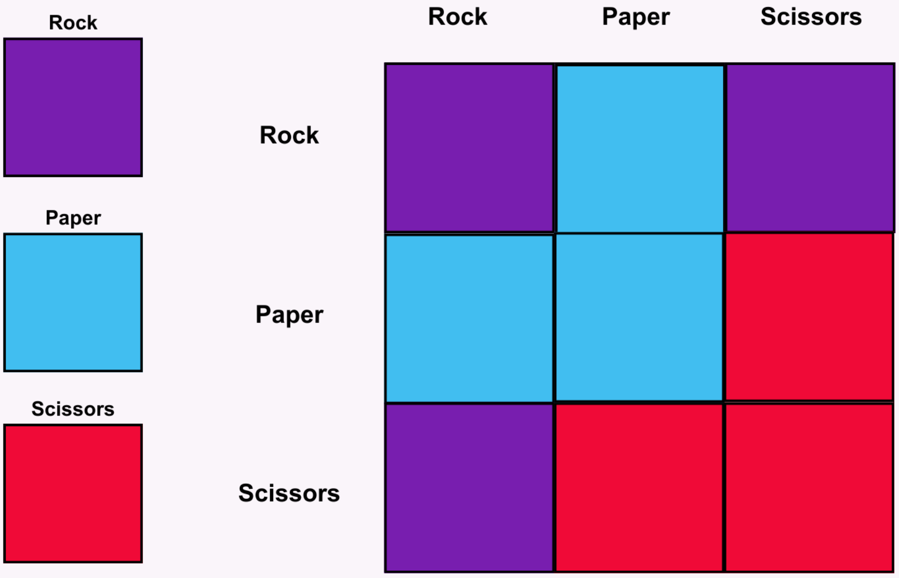
Una activitat basada en aquesta idea podria ser ordenar als alumnes segons el seu mes de naixement, la qual cosa permet introduir-los a la probabilitat. Per exemple, si hi ha més de 24 persones, la probabilitat que dues persones facin anys el mateix dia és de més del 50%.

Una manera de combinar el mòdul Famílies i Serp I (que aborda el comptatge i fa una suau introducció a la probabilitat) pot ser que els professors elaborin la seva pròpia versió de la classificació de formes o objectes amb la condició que hi hagi més d'una família a la qual pertanyin. Un exemple d'això són els “Logic Blocks”, que utilitzen les mateixes formes amb diferents textures, grandàries i colors de cercles, triangles i rectangles. Això també es pot fer amb el puzle tangram.



La serp I

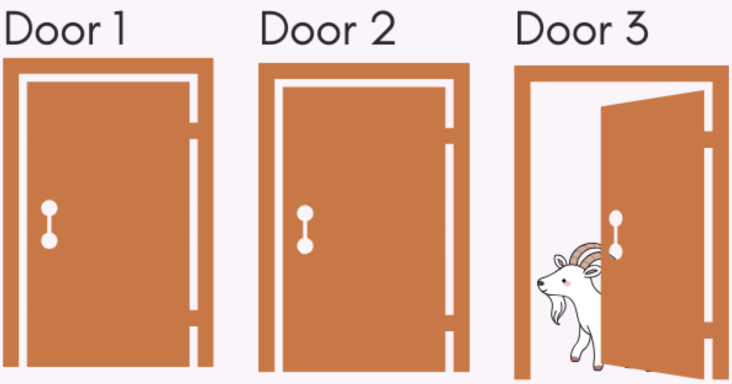
Com a manera d'ampliar el mòdul La serp I amb la idea de cara o creu i introduir el concepte de probabilitat pots demanar als alumnes que juguin al joc de pedra, paper, tisora. Pots assignar un color a cada opció i demanar als alumnes que utilitzin el color que guanyi en cada situació per a omplir la quadrícula. Demana'ls que juguin i comptin quantes vegades han guanyat utilitzant cada opció.



De quines maneres pot acabar un partit de tennis si es juga a dos sets o a tres? Aquesta activitat consisteix a representar visualment els partits guanyats a 2 i a 3 sets mitjançant dibuixos o adhesius en una pissarra i després convidar als nens a participar en el recompte dels diferents escenaris en què pot acabar un partit de tennis en funció d'aquestes condicions. Per torns, els nens marquen a la pissarra els diferents resultats del partit, com que un dels jugadors guanyi tots els partits, que tots dos guanyin el mateix nombre de partits o que cada jugador obtingui diferents nombres de victòries. A través d'aquest procés, els nens aprenen principis de comptatge mentre exploren les

Co-funded by the European Union

diverses possibilitats de com podria concloure un partit de tennis, fomentant l'interès, la creativitat i les habilitats matemàtiques bàsiques en el comptatge i les probabilitats.
També es pot plantejar el problema de Monty Hall en el qual el presentador obre la porta que vol i els alumnes han de triar si canvien de porta o es queden en la que han triat inicialment. La idea del joc és que canviar sempre és millor que mantenir la mateixa selecció. Poden fer diverses rondes del joc en classe i comptar quantes vegades han hagut de canviar de porta. L'explicació de la lògica d'aquest problema pot fer-se més endavant.



Ocells cantaires

El mòdul dels Ocells cantaires mostra sis ocells ("llums") que poden estar encesos o apagats, i sis bolets ("botons") que poden estar premuts o no. Cada bolet canvia l'estat d'un o més ocells, però no sabem per avançat quins ocells estan "connectats" a cada bolet. Cada partida té diferents connexions aleatòries. Al principi, tots els ocells estan apagats i l'objectiu és encendre'ls tots. Cada ocell quan està encès fa sonar una nota i tots els ocells encesos formen un bonic acord.
L'alumne anirà deduint aquestes instruccions, però només trobarà la solució després de molt assaig i error. Després de diverses partides, l'alumne pot desenvolupar les seves pròpies estratègies, guiat per l'educador.
Abans d'intentar resoldre un problema, cal imaginar com és la solució. Una primera observació clau és que l'ordre en què es premen els botons és indiferent, i prémer dues vegades un botó és el mateix que no prémer-lo. Això pot no ser evident a primera vista, per la qual cosa podríem imaginar que la solució és una llarga seqüència de prémer botons en un ordre concret. Una vegada entès que l'ordre no és important, queda clar que la solució no és més que una determinada selecció de botons que cal prémer. Això permet crear una estratègia d'enumeració (per exemple, per a provar totes les combinacions possibles).

Una segona observació clau és que, en general, alguns ocells només es veuen afectats per un nombre reduït de botons. Si, mitjançant l'exploració, descobrim que un ocell només es veu afectat per un botó, és segur que hem de prémer aquest botó. Si descobrim que un

SMEM
Co-funded by the European Union

ocell es veu afectat per dos botons, és segur que haurem de prémer l'un o l'altre (però no tots dos, ni cap dels dos). Això separa aquest conjunt de dos botons de la resta. Podem provar la primera opció, i si no té èxit, la segona. Aquests resultats impliquen un raonament deductiu que, al final, redueix el conjunt de combinacions, delimitant la cerca fins a trobar la solució.

Aquesta tècnica d'assaig-error millorada amb una mica de reducció deductiva de l'espai de cerca s'emmarca en el que anomenem "observació i comptatge". Comptar pot ser més complicat que enumerar objectes. En primer lloc, implica una descripció de l'espai de combinacions i, en segon lloc, requereix descartar algunes (o totes) les combinacions no vàlides que no cal provar.

Per als lectors interessats, incloem una descripció matemàtica del joc. El problema pot formalitzar-se a través de l'àlgebra lineal. Premem el primer botó, veiem quin dels ocells s'encén i registrem aquesta informació com un vector columna de sis zeros i uns (un 1 per a cada ocell encès, un 0 en cas contrari). Per exemple, el vector (0,0,1,1,0,0) si només s'encenen el tercer i el quart ocell). Repetim això per cadascun dels sis botons per a obtenir sis vectors columna. Apilem els sis vectors-columna per a crear una matriu A. Llavors, per a qualsevol combinació x de botons premuts (per exemple, x = (1,1,0,0,0,1) com a vector columna si premem els botons 1,2 i 6), els ocells que s'encenen venen donats pel producte matricial $A \cdot x$. Les matrius i els vectors han de considerar-se mòdul 2, és a dir, substituint qualsevol entrada parella per 0 i qualsevol entrada senar per 1. Resoldre el repte equival a resoldre el sistema lineal $A \cdot x = (1,1,1,1,1,1)^T$. Això es pot fer per qualsevol mètode estàndard de resolució de sistemes lineals d'equacions (eliminació de Gauss, inversió de A, etc). El programa està fet per a garantir que la matriu A sigui invertible, per la qual cosa sempre hi ha una solució única del repte.

Altres trencaclosques similars que es poden proposar a infants d'edats semblants són “Lights-out”, un joc electrònic físic popular als anys 90. Avui en dia, s’hi pot jugar en versió online. La mecànica és semblant. En aquest cas, els botons són també llums i n’hi ha 25, distribuïts en una quadrícula 5x5. Cada botó activa el propi llum i els dels botons adjacents a un costat. Aquesta associació constant i predictible entre botons i llums facilita que, amb la pràctica, es dominin i es reconeguin patrons. Un estudi similar d'àlgebra lineal dona una solució matemàtica.

Finalment, la simetria i la paritat es troben entre les eines més comunes i útils en la màgia matemàtica (per exemple, el Baby Hummer o, per als més experts, el cas més general del Principi de Hummer) o per a trobar estratègies guanyadores en molts jocs (per exemple, el NIM) . La versió Marienbad del Nim és un magnífic exemple de com la simetria i la paritat (aplicades al sistema binari) permeten guanyar totes les partides.

Selfies davant del mar

En relació amb la ubicació i la posició dels objectes a l'espai, es pot demanar als alumnes que relacionin frases concretes amb la posició dels objectes a la imatge. Un exemple seria utilitzar "davant de" i esbrinar quins objectes estan davant de quins altres. A partir d'aquí, es pot utilitzar el tauler per a traçar la ubicació dels animals en relació amb els altres, com si fos una quadrícula de coordenades cartesianes.

A més, es poden muntar una escena fotogràfica amb diferents objectes de la classe, i els alumnes poden utilitzar el telèfon que

acompanya el mòdul per a fer fotos des de diferents perspectives. Per a edats més avançades, aquesta activitat també pot incorporar la llum amb la finalitat d'aprendre i comprendre millor els angles (d'on ve la llum, tenint en compte les ombres que projecten les diferents fonts d'il·luminació).

Es pot fer la mateixa foto des de diferents posicions dins de l'aula i després endevinar per les fotos qui les va fer (aquesta es va fer des del costat esquerre de l'aula, o des del fons de l'aula).

També es pot fer la mateixa foto amb diferents proporcions (1:1, 3:4, 9.16) i discutir com això afecta a la foto final en quant als objectes que s’hi veuen.

Co-funded by the European Union

Camins

Introducció

La noció de camí és un dels primers conceptes amb els quals es troba un infant mentre explora i navega pel seu entorn. Els camins visibles dissenyats per un infant poden incloure traces dibuixades amb un pal a la sorra, gargots al paper o marques humides deixades per una ampolla d'aigua trencada quan es mou: les possibilitats són infinites. L'infant pot observar camins formats per focs artificials, avions, estrelles fugaces, petjades d'animals o escriptura a mà, i fins i tot considerar la idea de camins sense rastres visibles.

En diversos contextos, un camí defineix una zona on és possible el moviment: es pot travessar un carrer o una pista forestal, o caminar per una vorera, però no entre murs o edificis. Els senders forestals i els camins rurals guien el moviment d'una persona, advertint de no caminar per boscos o camps perquè es podria perdre. Hi ha un camí entre la llar i l'escola que pots aprendre i, de vegades, pots tornar de l'escola fent una ruta diferent, malgrat els mateixos punts d'inici i final. Aprendre un camí requereix indicacions: avançar, girar a la dreta, navegar per obstacles o fer marxa enrere si està bloquejat per una obstrucció, com una tanca o una porta tancada.

Si bé és un concepte intuïtiu, definir un camí implica dues perspectives complementàries: en primer lloc, una definició dinàmica interpreta un camí com la trajectòria d'un objecte en moviment (que pot no deixar cap rastre visible). Qualsevol entitat en moviment - persona, animal, cotxe - traça un camí durant el seu moviment, que és absent quan l'entitat està aturada; en segon lloc, una definició estàtica defineix un camí com una línia (no necessàriament recta) que connecta dos punts de l'espai i no precisa cap moviment. Ambdues definicions existeixen al diccionari, sovint acompanyades de significats més simbòlics. Matemàticament, tots dos punts de vista són equivalents: el conjunt de punts que travessa un objecte forma una corba, i donada una corba podem fer que un objecte en moviment la segueixi. Tanmateix, introduir aquesta dualitat als infants pot resultar atractiu. Els educadors o familiars poden promoure debats plantejant una pregunta: "Què és un camí?" i presentar perspectives alternatives. La combinació d'aquests debats amb activitats suggerides pot facilitar una millor comprensió.

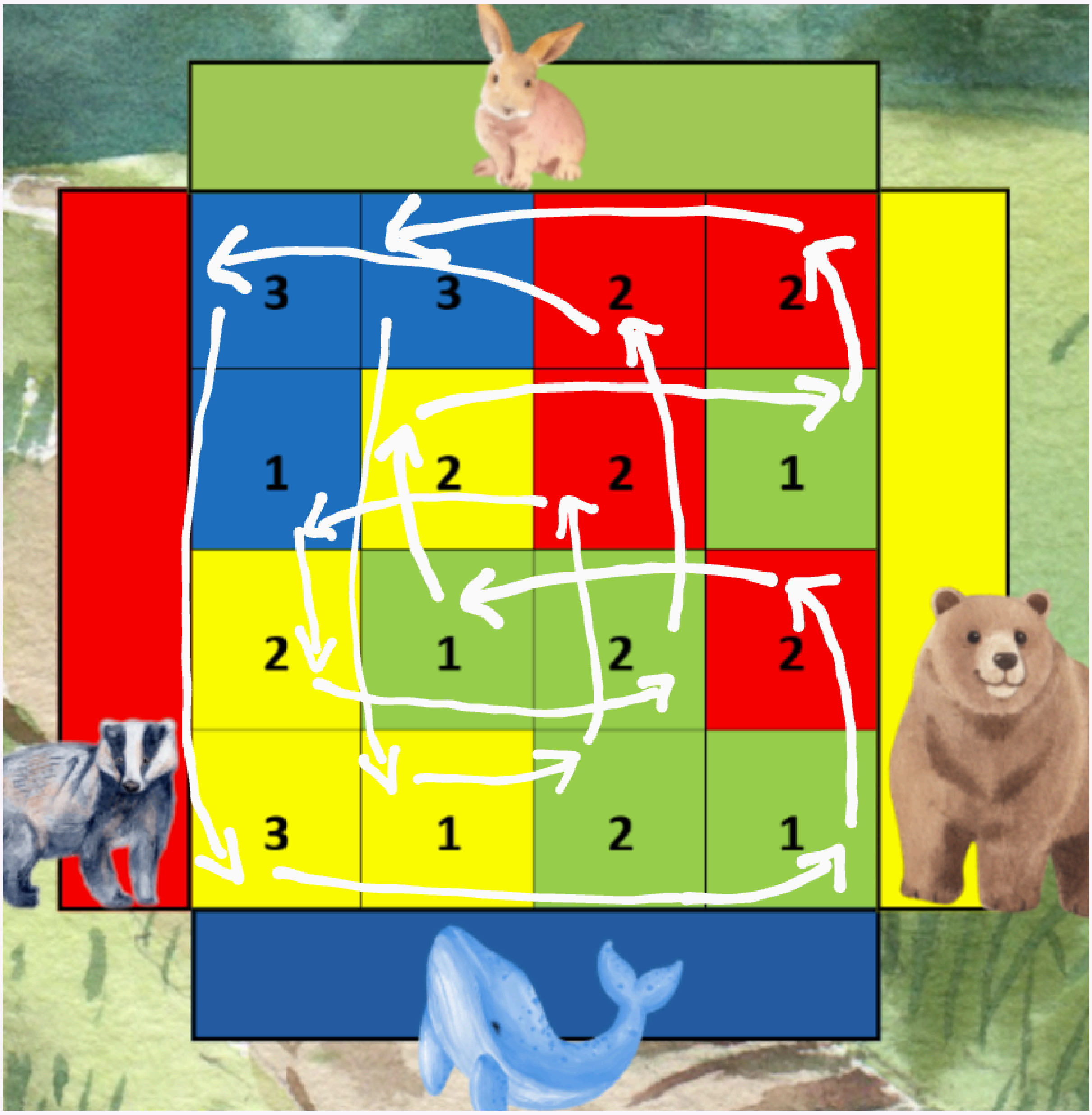
Mòduls del Projecte SMEM relacionades amb Camins

El passeig d'Emy

L'enfocament "dinàmic" és una bona descripció d'un camí mitjançant una seqüència d'instruccions: seguint instruccions, pas a pas, i a mida que està en moviment dibuixa un camí. Trobem una il·lustració adequada d'aquesta perspectiva al mòdul ***El passeig de l'Emy pel bosc***. Aquest mòdul presenta un tauler d'escacs amb quadrats numerats i de diferents colors (veure il·lustració). Cadascun dels quatre colors dirigeix el moviment cap a un costat específic, i el seu número indica quants quadrats cal avançar. Qualsevol infant que pugui reconèixer números seguirà fàcilment aquestes senzilles regles. Les discussions posteriors poden incloure preguntes com "Quin camí has seguit?", fent que els infants reconstrueixin la seva trajectòria o indaguin sobre la mateixa definició

Co-funded by the European Union

d'un camí. També es pot preguntar: “Notes algun camí a la pissarra?”. Aquesta pregunta els anima a constatar que, si bé un camí dibuixat explícitament al tauler (estàticament) no existeix, les regles sí que defineixen un camí implícit.



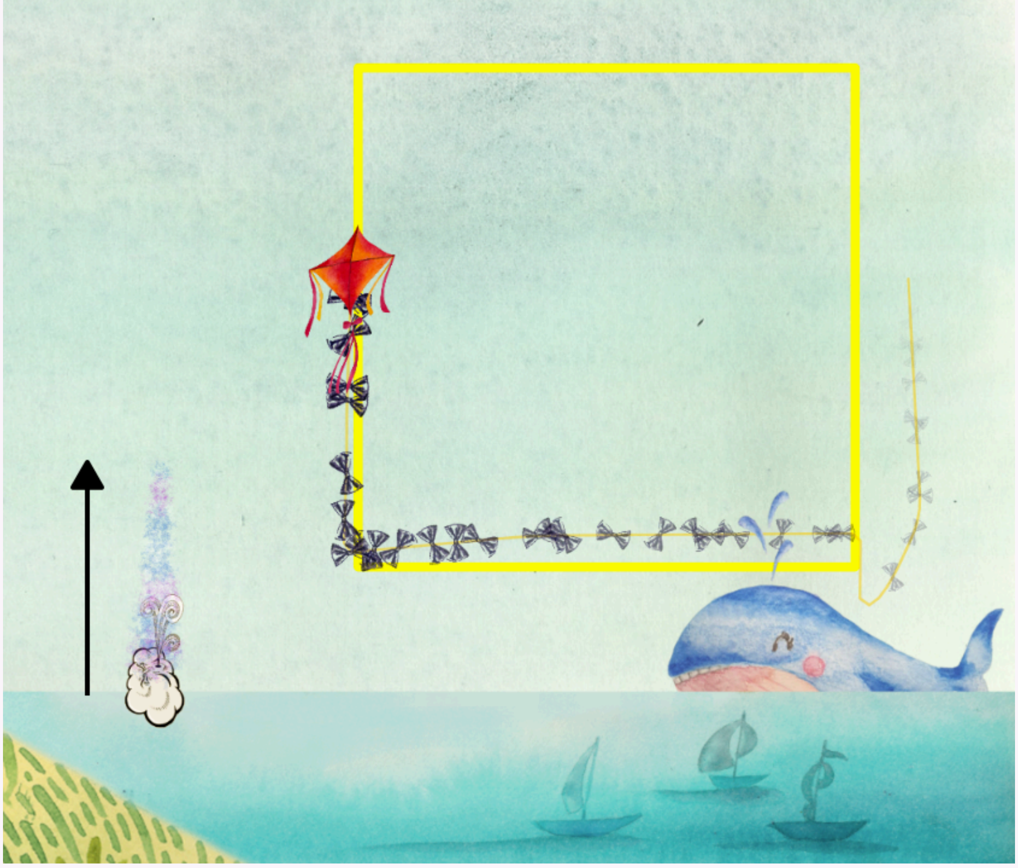
Hi ha preguntes motivadores com: "Hi ha un camí que s'adhereix a les regles del joc entre els tres grocs i el blau (o qualsevol altra combinació)?" o bé "Per on hauria de començar el meu camí per passar…?", que poden promoure l'exploració. Mantenint aquesta dinàmica, preguntes com "El meu camí tornarà a la seva posició inicial?" permeten introduir el concepte de camins tancats. Les observacions sobre les autointerseccions, els termes direccionals (esquerra i dreta, abans i després, endavant i enrere) i discussions sobre configuracions de camins poden enriquir l'experiència.

Per als infants més grans (8+), podeu animar-los a crear el seu propi tauler d'escacs. Podeu fer-ho des de zero sobre un paper o fent servir quadrats preparats prèviament acolorits i etiquetats. També podeu modificar les instruccions. Per exemple, podríeu indicar-los: "El disseny del vostre passeig pel bosc hauria de facilitar dos, tres o quatre camins en bucle diferents". Per ajudar a començar l'activitat podeu omplir parcialment el disseny, deixant alguns espais buits per a l'exploració i el disseny.

Co-funded by the European Union

Cor al cel

Al mòdul virtual **Cor al cel**, els infants controlen el vol d'un estel per poder traçar una forma predefinida al cel. Mentre que la forma que cal aconseguir representa un camí "estàtic", la trajectòria de l'estel encarna un camí "dinàmic". Curiosament, el moviment de l'estel, tot i ser dinàmic, deixa un rastre a la pantalla, convertint essencialment el camí dinàmic en estàtic. En aquest mòdul es posa èmfasi en què la direcció és independent del camí. En lloc de controlar directament l'estel, els infants el guien indirectament a través d'un vent que bufa núvols, que representa el moviment de l'estel. Aquesta configuració millora la coordinació entre ull i mà, així com les habilitats d'orientació espacial. Com s'ha observat en el mòdul anterior, les direccions tenen un paper fonamental a l'hora de determinar el camí. A més, en aquest cas introduïm el concepte de velocitat: la direcció del vent indica la direcció del moviment de l'estel, i la seva longitud representa la velocitat. En conjunt, direcció i velocitat formen el vector velocitat de l'estel en moviment, que és sempre tangent a la trajectòria.

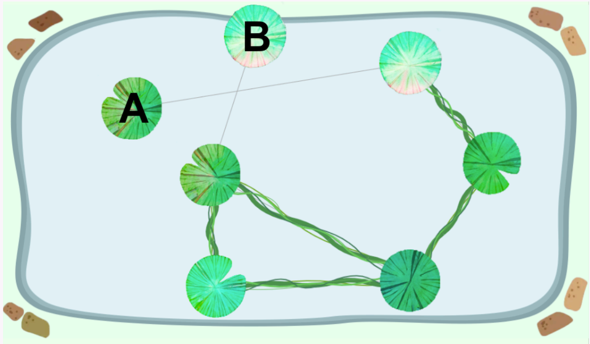


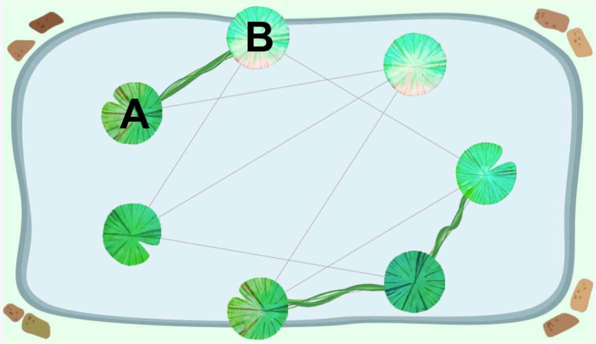
Estany de lliris

Al mòdul virtual **Estany de lliris** sorgeixen camins que connecten lliris amb segments de línia recta. Aquest mòdul amplia el concepte de camins al de grafs: els lliris representen vèrtexs i les seves connexions formen les arestes d'un graf. Cada aresta enllaça de manera coherent dos vèrtexs, assegurant-se que no hi ha cap aresta desconnectada o perduda, o que existeixi un vèrtex no connectat. Els vèrtexs poden servir com a punt inicial i final de múltiples arestes. Algunes arestes es poden tallar. Les arestes superposades s'il·lustren com a línies fines, mentre que les que no es superposen apareixen com a filaments verds. L'objectiu original del joc consisteix a desenredar totes les arestes i eliminar les superposicions. No obstant, els grafs que es mostren ofereixen una oportunitat per explorar camins. En seleccionar un graf i etiquetar dos lliris com A i B, es poden

smem
Co-funded by the European Union

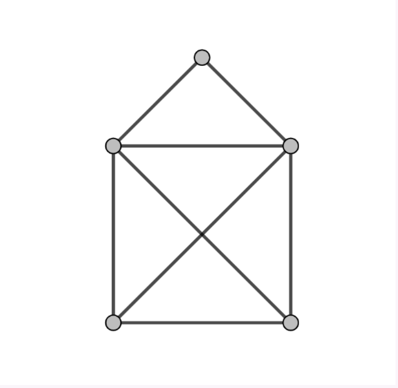
investigar els camins disponibles per connectar aquests punts designats. Quants camins diferents hi ha?





Depenent del graf seleccionat, aquesta tasca pot variar de fàcil a més complexa. Podeu introduir condicions addicionals que el camí ha de complir per ser considerat com a tal. Per exemple, que les arestes que no es tallin, que es permeti el moviment cap enrere, etc. Alternativament, podeu desafiar els participants a trobar el camí més curt que connecti tots els lliris, la qual cosa ens guia al problema del venedor ambulant.

Una altra tasca atractiva consisteix a connectar tants nenúfars com sigui possible utilitzant cada filament només una vegada. De vegades pot ser que no sigui factible connectar tots els lliris. La primera imatge il·lustra un cas així. Podríeu fer preguntes de seguiment com: "És factible connectar tots els lliris?", "Per què o per què no?", "Quines condicions s'han de complir per connectar-los tots?" Aquestes tasques es fan ressò del famós problema dels ponts de Königsberg. Els infants també poden reconèixer un trencaclosques similar on han de dibuixar un camí en un graf que s'assembla a una casa:

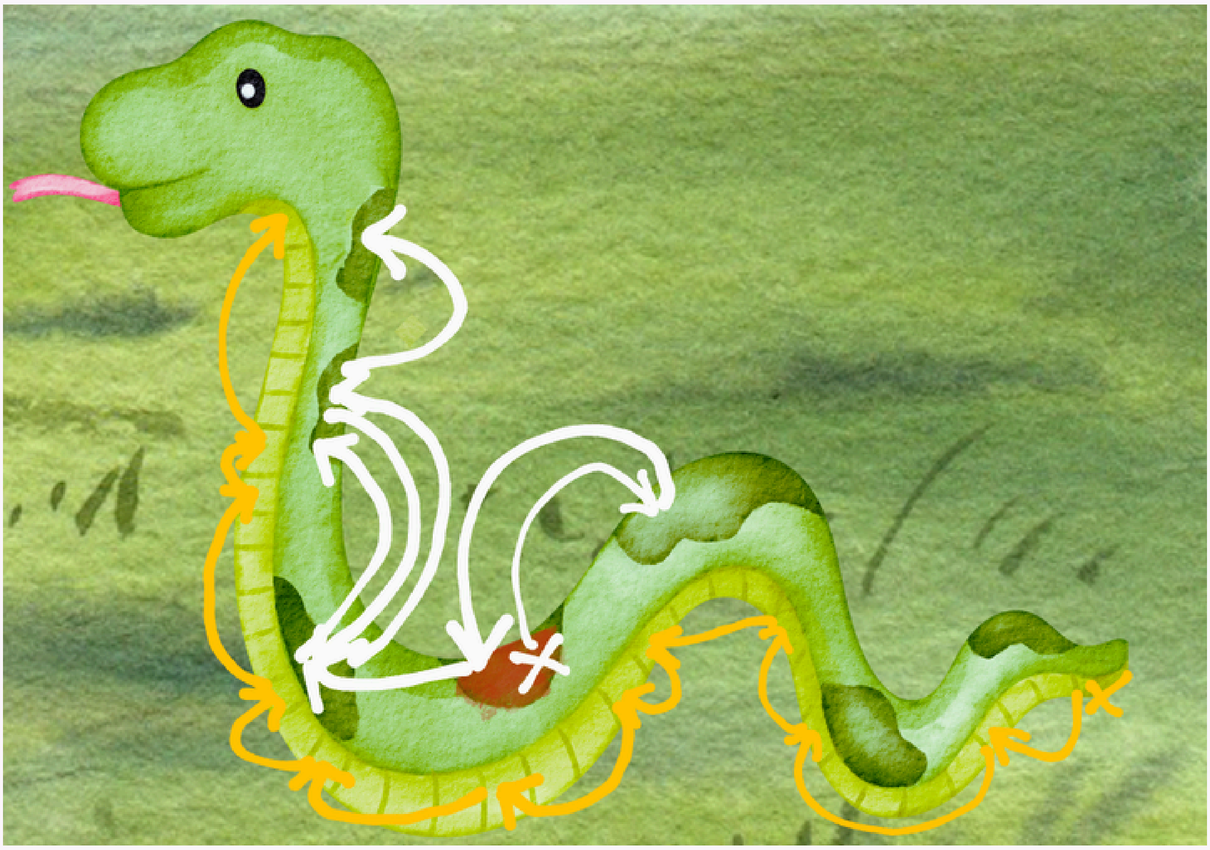


La serp

A mesura que es desenvolupa el joc **La serp**, la fitxa de cada jugador traça un camí a través del tauler. En realitat, un camí resultant del joc produeix automàticament un graf (vegeu el paràgraf anterior sobre el joc **Estany de lliris**). La il·lustració mostra un camí d'exemple per a cada versió del joc.

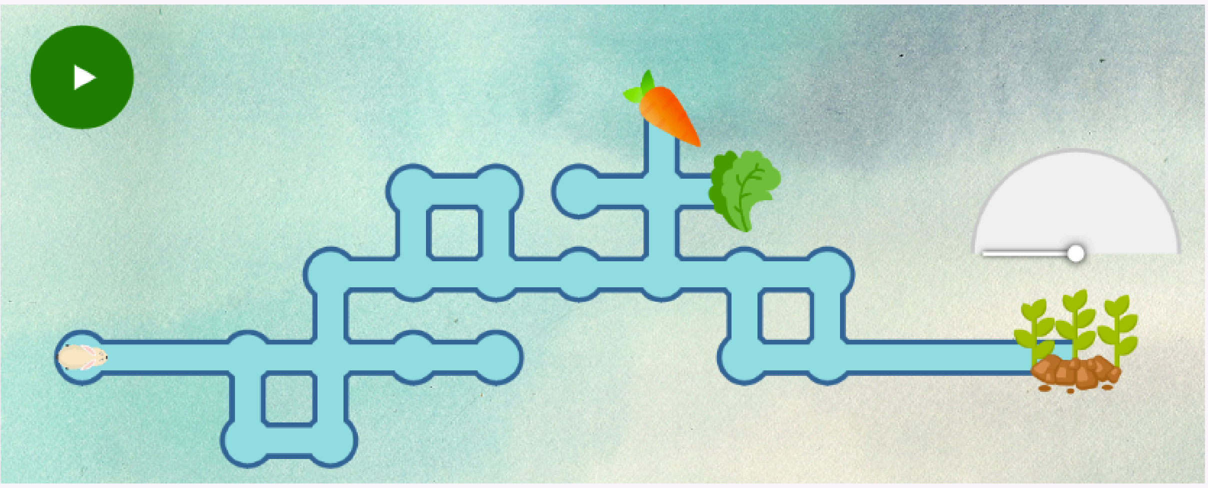
Podeu preguntar als infants com de llarg ha estat el camí de la seva fitxa. En el cas de la versió “monedes” del joc, serà el nombre de torns que ha trigat a completar el joc, mentre que en el cas de la versió “daus”, sempre cal fixar-se en la longitud de la serp (el nombre de caselles). Si el camí supera el rang de recompte dels infants, el poden dibuixar en paper de quadrícula, utilitzant els quadrats com a unitats per comptar.

Co-funded by the European Union



El laberint del conill

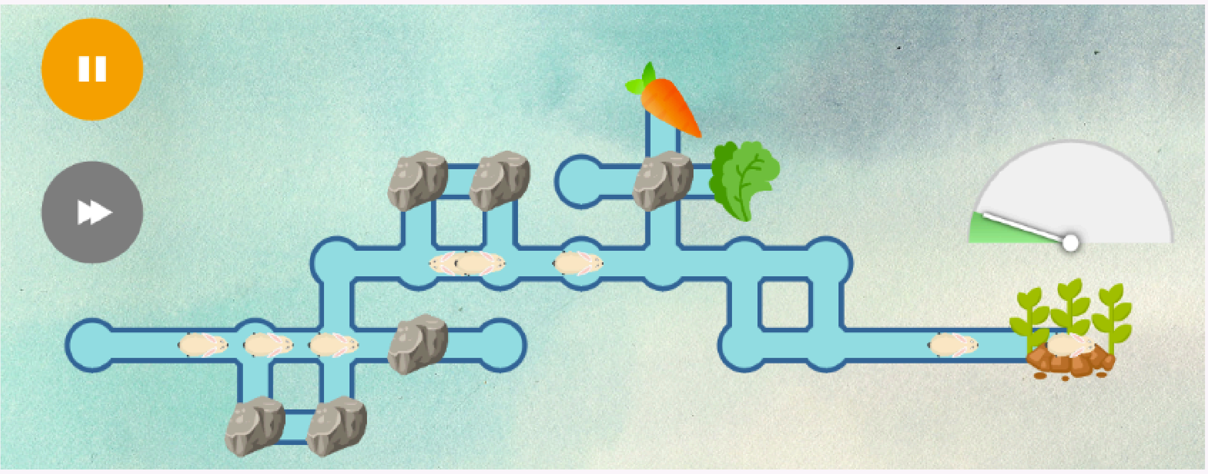
El disseny de cada etapa del mòdul virtual del **Laberint del conill** forma un graf que inclou vèrtexs (àrees rodones o interseccions) i arestes (connexions entre aquestes àrees arrodonides). Aquí teniu un exemple:



Els conills naveguen pel graf, cadascun seguint la seva pròpia ruta. Cada camí comença al costat esquerre de la pantalla i conclou al forat del conill al costat dret, a una pastanaga o a una col. Aquests camins poden diferir en longitud i poden contenir diversos bucles.

L'objectiu és modificar el graf col·locant estratègicament les roques als vèrtexs per garantir que el major nombre possible de conills arribin al forat del conill al final del camí.

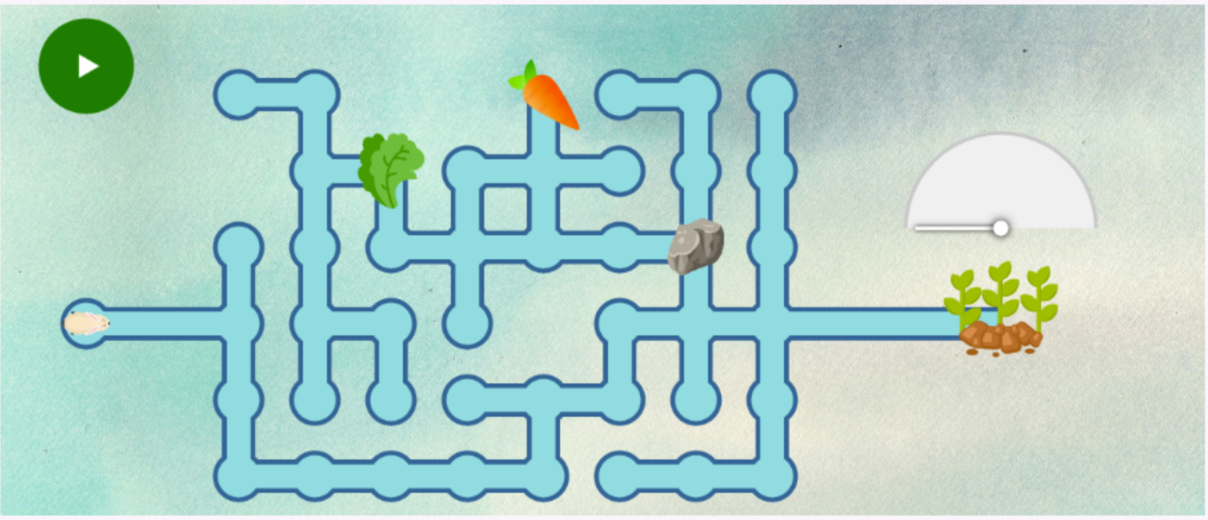
SMEM Co-funded by the European Union



Els conills poden moure's per arestes que portin a una roca, però hi arribin es veuran obligats a capgirar la seva direcció (nota: aquesta disposició és diferent a la d'un graf matemàtic, on l'aresta restant no té un vèrtex en el seu extrem). És possible bloquejar les tres opcions de finalització, donant lloc a un joc sense final. Les pedres també poden assegurar els desviaments, ajudant els conills a arribar ràpidament al cau (tal com es veu a la captura de pantalla proporcionada: tan sols una pedra obstrueix la pastanaga i la col; les altres cinc no són necessàries per assolir la meta, però acceleren l'arribada dels conills).

Per als infants, les preguntes inicials sobre el graf (abans de col·locar-hi pedres) es poden assemblar a les del **Joc de l'estany de lliris**: "Quants camins diferents poden seguir els conills?" o "Quin és el camí més curt?", etc. Trobar el camí més curt col·locant adequadament les roques ajudarà a aconseguir l'objectiu original del joc.

Per tant, podeu preguntar quina és la col·locació òptima de les roques per aconseguir l'objectiu del joc. A banda, es pot considerar quin és el nombre mínim de roques necessàries per bloquejar totes les distraccions i la seva col·locació estratègica en el graf que estigueu jugant. Per exemple, és possible obstruir dues distraccions amb una sola roca, tot i que és factible bloquejar cada distracció per separat amb pedres individuals.



Co-funded by the European Union

Exemple d'un taller basat en SMEM

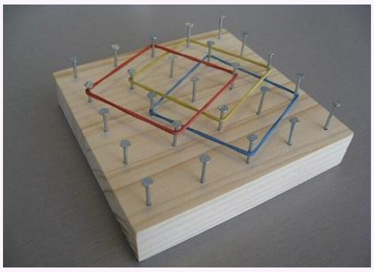
En aquesta secció, explorarem un taller atractiu basat en activitats del projecte SMEM. Les activitats del projecte SMEM serveixen d'inspiració per crear experiències d'aprenentatge dinàmiques a l'aula i més enllà.
Edat: 6-8
Taller: Geometria i Sensibilització Espacial
Local: Aula / entorn de la llar
Temps necessari per activitat: 20-25 min
Activitats:

- Selfies marines i comprensió posicional
- Geometria Diversió amb formes
- Descobriment de patrons geomètrics a través de l'edifici

Materials necessaris: Càmeres, geoplans, materials manipulatius geomètrics
El taller inclou: Concordar frases amb posicions d'objectes, entendre conceptes cartesians, explorar formes i les seves propietats, construir sòlids platònics i experimentar amb angles i llum a través de la fotografia.
Temes matemàtics tractats: geometria, conceptes espacials, angles, formes

Selfies marines i comprensió posicional

Aquesta activitat se centra en millorar la comprensió espacial i la consciència posicional dels nens a través d'una combinació d'activitats visuals i l'exploració pràctica.



Els nens són presentats amb imatges que representen escenes marines que contenen diversos objectes. Se'ls demana que coincideixin frases descriptives amb les posicions corresponents dels objectes en aquestes escenes. Per exemple, frases com "al costat de la palmera", "darrere del vaixell", o "davant del far" es mariden amb els objectes respectius de les imatges. Aquest exercici ajuda a reforçar la seva comprensió de les preposicions espacials i la col·locació d'objectes.

Per aprofundir en els conceptes espacials, s'introdueix als nens a Geoplans, una eina tàctil semblant a un pla cartesià. Utilitzen bandes de goma o clavilles per crear formes o punts de traçat en el geoplà. En fer-ho, guanyen una comprensió pràctica de conceptes bàsics de coordenades cartesianes com els eixos X i Y, coordenades i objectes de posicionament en relació amb els punts de la quadrícula.

La sessió culmina amb una activitat fotogràfica divertida i interactiva. Els nens utilitzen càmeres o telèfons intel·ligents per capturar imatges des de diferents perspectives: vistes aèries, de primer pla i panoràmiques. Explorar com el canvi de perspectiva altera la percepció de les posicions i mides dels objectes en les imatges capturades. Les discussions es desenvolupen, permetent als nens expressar les seves observacions sobre els efectes de les diferents perspectives sobre el posicionament d'objectes i la percepció visual.

Al llarg de l'activitat, el facilitador guia els debats, encoratjant als nens a articular la seva comprensió dels termes posicionals, coordinar conceptes i com les perspectives visuals influeixen en la col·locació d'objectes. Aquest diàleg obert fomenta el pensament crític i permet als nens connectar les observacions del món real amb els principis geomètrics i espacials.

Exemples concrets d'indicacions

1. Introducció a les coordenades

   Etiquetem les línies horitzontals A, B, C, i les verticals 1, 2, 3 per a crear la nostra quadrícula. Com ens ajuda això a localitzar punts?

   Pots dibuixar un punt a l'A3? Quines coordenades utilitzaríeu per a dibuixar un punt a la quadrícula?

2. Creació de formes i punts de traçat

   Connecta els punts que has traçat. Quina forma has creat?

   Es pot fer un triangle utilitzant les coordenades D2, E4 i F3? Com traçarias aquests punts?

3. Entendre els moviments i les traduccions

   Movem el quadrat dues unitats cap a la dreta i tres unitats cap amunt. Quines seran les seves noves coordenades?

   Descriure el moviment de la forma mitjançant coordenades. Com afectava el canvi de coordenades a la seva posició?

4. Analitzar les relacions de coordinació

   Què passa si canvies la segona coordenada mantenint la primera constant?

   Podeu explicar com canviar la primera coordenada mou la forma horitzontalment o canviar la segona coordenada la mou verticalment?

5. Exploració de les propietats de la forma i les transformacions

   Què passa si connectem A1, A4, D4 i D1? Pots descriure la forma?

   Si reflectim aquesta forma a través de la línia vertical a la coordenada B, com serà?

6. Aplicacions del món real

   Com ens pot ajudar a entendre les coordenades a navegar per una ciutat o localitzar objectes en un mapa?

   Se t'ocorren situacions en què saber utilitzar coordenades pot ser útil?

Aquestes discussions i preguntes guiades tenen com a objectiu bastir la comprensió dels conceptes cartesians per part dels nens, encoratjant-los a pensar críticament, articular les seves observacions i relacionar aquests conceptes amb escenaris del món real. L'orientació del facilitador fa que els nens explorin i visualitzin conceptes geomètrics de manera eficaç utilitzant llapis i paper.

SMEM
Co-funded by the European Union

A mesura que l'activitat conclou, una sessió reflexiva anima els nens a compartir els seus coneixements i aprenentatges. Discuteixen com ha evolucionat la seva comprensió del posicionament espacial i com aquest nou coneixement podria aplicar-se en escenaris de la vida real, reforçant la seva comprensió dels conceptes geomètrics i espacials.

Aquesta activitat expandida emfatitza l'ús d'imatges visuals, eines tàctils com geoplans, i fotografia per millorar la comprensió espacial dels nens, reforçar conceptes posicionals i participar en discussions que connecten la percepció visual amb els principis geomètrics i espacials.

Activitat alternativa: Conceptes de tipus cartesià amb llapis i paper

Aquesta activitat modificada se centra en introduir als nens en conceptes bàsics de coordenades cartesianes utilitzant eines senzilles com el paper i els llapis.

Els nens disposen de fulls de paper i llapis. Comencen dibuixant una quadrícula sobre el paper, una sèrie de línies horitzontals i verticals que s'intersequen formant quadrats. El facilitador els guia en l'etiquetatge de les línies horitzontals amb lletres (A, B, C, etc.) i les línies verticals amb números (1, 2, 3, etc.), semblant a un pla cartesià simplificat.

Utilitzant aquesta quadrícula feta per si mateixa, els nens practiquen traçar punts triant coordenades (p. ex., A3, B4) i marcant-les a la quadrícula. Procedeixen a connectar aquests punts per crear formes com quadrats, rectangles, triangles o dissenys més complexos. Animar-los a experimentar amb diferents coordenades fomenta la seva comprensió de com les coordenades determinen les posicions i formes a la quadrícula.

Per comprendre encara més els conceptes posicionals, els nens participen en activitats que impliquen formes en moviment a la xarxa. El facilitador podria instruir-los a lliscar una forma (per exemple, un quadrat) d'una posició a una altra especificant les coordenades per a la seva nova ubicació. Aquest exercici reforça la idea de com el canvi de coordenades resulta en desplaçaments o traduccions d'objectes en un pla visual.

A mesura que els nens treballen en les seves xarxes, el facilitador inicia discussions per explorar les relacions entre les coordenades, els moviments i les formes resultants. Qüestions com ara "Com afecten els canvis de coordenades a la posició de la forma?" o "Podeu descriure el moviment del punt A al punt B utilitzant coordenades?" impulsen el pensament crític i reforcen la seva comprensió dels conceptes espacials.

Cap al final, una sessió reflexiva anima els nens a compartir les seves experiències i observacions. Discuteixen com treballar amb coordenades i formes sobre el paper els ajudava a visualitzar relacions posicionals i a entendre conceptes bàsics de tipus cartesià. El facilitador els anima a pensar en aplicacions pràctiques d'aquests conceptes en escenaris quotidians.

Geometria Divertida amb formes

Aquesta activitat se centra a fomentar la comprensió i l'exploració dels nens de diverses formes geomètriques, les seves propietats i les seves relacions.

SMEM
Co-funded by the European Union

Els nens es presenten amb una varietat de formes geomètriques: cercles, quadrats, triangles, rectangles, pentàgons, hexàgons i formes 3D com cubs, esferes i piràmides. El facilitador inicia l'activitat fomentant l'exploració pràctica i la discussió al voltant d'aquestes formes.

Exemples concrets d'orientació i preguntes per l'educador/a

1. Introducció a les formes geomètriques

   Anem a explorar aquestes formes junts. Què notes de les propietats d'un quadrat enfront d'un triangle?

   Quants costats té un hexàgon? Pots comptar-los i nomenar-los?

2. Experimentar amb formes i propietats

   Es pot construir una forma utilitzant triangles que també tenen quatre costats? Com?

   Què passa quan s'intenta encaixar dos triangles? Pots fer-los de forma diferent?

3. Discussió sobre Simetria i Patrons

   Mireu aquest patró fet de quadrats i triangles. Pots identificar els elements que es repeteixen?

   Podeu crear una forma simètrica utilitzant només cercles i quadrats

4. Exploració de formes 3D

   Anem a explorar aquestes formes 3D. Quines diferències hi ha entre un cub i una esfera?

   Quantes cares té una piràmide? Pots comptar-los i nomenar-los?

5. Analitzant les propietats de la forma

   Quines formes creus que poden rodar? Pots explicar per què?

   Què fa que una forma sigui "regular"? Pots trobar exemples de formes regulars al nostre voltant?

6. Relacionar formes amb el món real

   Pots trobar exemples de formes geomètriques a l'aula o a casa? Parlem de les seves propietats.

   Com juguen un paper les formes en les estructures que veiem al nostre voltant, com els edificis o el mobiliari?

7. Fomentant l'exploració creativa

   Crea una forma única utilitzant combinacions d'altres formes. Com pots combinar formes per fer alguna cosa nova?

   Pots inventar una nova forma 3D? Quines propietats tindria?

Aquesta activitat expandida té com a objectiu involucrar els nens en l'exploració pràctica, el pensament crític i la comprensió més profunda de les formes geomètriques i les seves propietats dins d'un entorn d'aprenentatge dinàmic i interactiu.

SMEM
Co-funded by the European Union

Descobriment de patrons geomètrics a través de la construcció

Aquesta activitat convida els nens a una exploració pràctica dels patrons geomètrics a través de les estructures de construcció utilitzant diversos materials manipulatius. La sessió comença amb una breu discussió sobre patrons, simetria i l'ús de formes en la construcció.

Cada nen rep un conjunt de materials de construcció, com blocs de fusta, rajoles magnètiques o cubs entrellaçats. El facilitador organitza els materials en estacions accessibles, assegurant una gamma diversa de formes (quadres, rectangles, triangles i hexàgons) disponibles per a l'exploració.

Els nens participen en la construcció de patrons geomètrics, replicant i estenent patrons donats o creant els seus propis. El facilitador els impulsa a experimentar amb dissenys simètrics, alternant formes, i creant seqüències que repeteixen o creixen progressivament i planteja preguntes que provoquen el pensament per aprofundir en la seva comprensió. S'anima els nens a articular les regles que governen els seus patrons, discutir la simetria, explorar la relació entre formes i identificar seqüències dins dels seus dissenys.

Indicacions i preguntes guia

1. Patrons replicants

   Pots recrear aquest patró utilitzant diferents formes?

   Quantes vegades es repeteix el patró?

   Pots ampliar aquest patró per fer-lo cobrir una àrea més gran? Pots fer-ho més llarg, més ample?

2. Creació de dissenys simètrics:

   Pots construir un patró que sigui simètric al llarg d'una línia?

   Com pots reflectir aquesta forma per crear simetria?

   Pots fer que el costat esquerre del teu patró coincideixi amb el costat dret?

3. Experimentar amb seqüències

   Què ve després en la seqüència de patrons?

   Pots crear una seqüència que creixi afegint una forma més cada vegada?

   Com es pot canviar la seqüència per duplicar el nombre de formes cada vegada?

4. Identificació de relacions entre formes

   Com decideixes quina forma ve després d'una altra en el teu patró?

   Pots crear un patró on cada forma sigui la meitat de la mida de l'anterior?

   Què passa si gires o gires les formes en el teu patró?

5. Fomentant la variació i la complexitat

   Pots modificar el teu patró per incloure més formes?

   Què passa si combineu diferents formes en el vostre patró?

   Com pots fer el teu patró més intricat?

SMEM
Co-funded by the European Union

6. Propietats dels patrons

    Quines coses pots deduir dels angles o costats de les formes del patró?

    Quants costats tenen les teves formes? Afecta el teu patró?

    Pots explicar la simetria o repetició que vas utilitzar en el teu disseny?

L'activitat fomenta un entorn col·laboratiu on els nens comparteixen els seus patrons, permetent als companys identificar regles subjacents i estendre les seqüències de manera col·laborativa. El facilitador fomenta l'experimentació, desafiant els nens a crear patrons més complexos i explorar variacions.

Cap a la conclusió, es desplega una sessió reflexiva. Els nens mostren les seves creacions, explicant els patrons que han construït, discutint la simetria, la repetició i les propietats geomètriques observades. El facilitador guia els debats sobre els principis matemàtics darrere dels seus patrons.

A mesura que la sessió s'acosta a la seva fi, s'anima els nens a portar-se a casa els seus manipuladors, permetent continuar explorant patrons geomètrics. El facilitador comparteix suggeriments per practicar la creació de patrons a casa, fomentant un interès continu pels conceptes geomètrics.

Co-funded by the European Union

El projecte SMEM està cofinançat pel programa ERASMUS+ de la Unió Europea, i s'implementarà des de gener de 2022 fins a gener de 2024. Aquesta publicació reflecteix les opinions dels autors, i la Comissió Europea no es fa responsable de l'ús que es pugui fer de la informació continguda en la mateixa.
[Project Code: KA220-BE-21-24-32460]